1º.- Hallar las coordenadas del baricentro respecto de z y.

2º.- Determinar los momentos de inercia y centrífugo para un par de ejes paralelos a z y por el baricentro.

3º.- Encontrar la posición de los ejes principales de inercia baricéntricos y de los momentos de inercia asociados a los mismos.

4º.- Determinar gráficamente el conjugado de inercia del eje z.

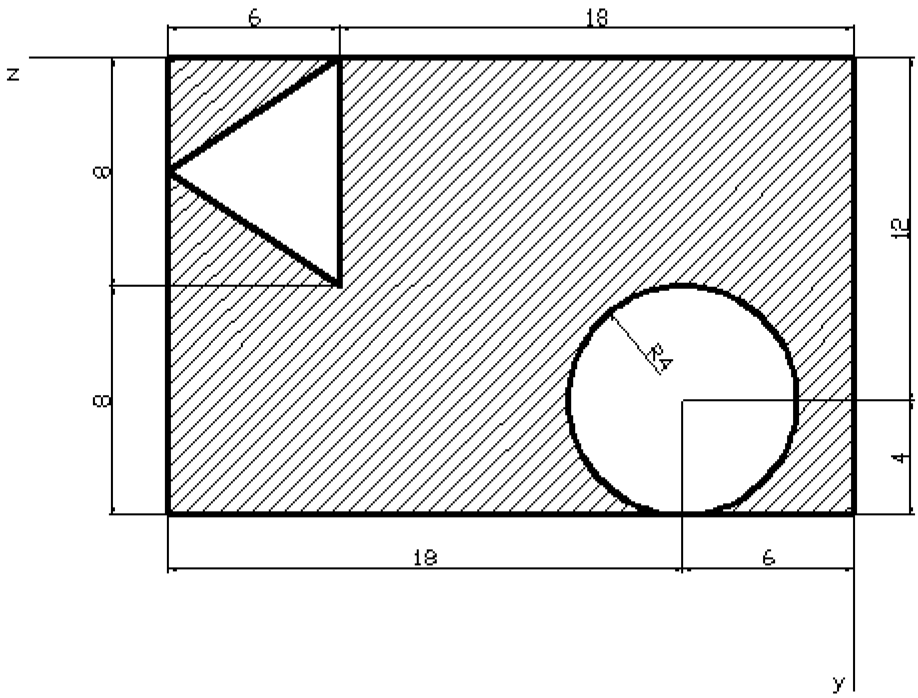


Figura 1 (Rectángulo) $b_1 := 24$ $h_1 := 16$

$z_{G1} := \frac{b_1}{2}$ $z_{G1} = 12$ $y_{G1} := \frac{h_1}{2}$ $y_{G1} = 8$ $A_1 := b_1 \cdot h_1$ $A_1 = 384$

$J_{zG1} := \frac{b_1 \cdot h_1^{\ 3}}{12}$ $J_{zG1} = 8192$ $J_{z1} := \frac{b_1 \cdot h_1^{\ 3}}{3}$ $J_{z1} = 32768$

$J_{yG1} := \frac{h_1 \cdot b_1^{\ 3}}{12}$ $J_{yG1} = 18432$ $J_{y1} := \frac{h_1 \cdot b_1^{\ 3}}{3}$ $J_{y1} = 73728$

$J_{zGyG1} := 0$ $J_{zGyG1} = 0$ $J_{zy1} := J_{zGyG1} + A_1 \cdot z_{G1} \cdot y_{G1}$ $J_{zy1} = 36864$

Figura 2 (Triángulo) $b_2 := 8$ $h_2 := 6$

$z_{G2} := \frac{h_2}{3} + 18$ $z_{G2} = 20$ $y_{G2} := \frac{b_2}{2}$ $y_{G2} = 4$ $A_2 := \frac{b_2 \cdot h_2}{2}$ $A_2 = 24$

$J_{zG2} := \frac{{b_2}^3 \cdot h_2}{48}$ $J_{zG2} = 64$ $J_{z2} := J_{zG2} + A_2 \cdot {y_{G2}}^2$ $J_{z2} = 448$

$J_{yG2} := \frac{b_2 \cdot {h_2}^3}{36}$ $J_{yG2} = 48$ $J_{y2} := J_{yG2} + A_2 \cdot {z_{G2}}^2$ $J_{y2} = 9648$

$J_{zGyG2} := 0$ $J_{zGyG2} = 0$ $J_{zy2} := J_{zGyG2} + A_2 \cdot z_{G2} \cdot y_{G2}$ $J_{zy2} = 1920$

Figura 3 (Círculo) $R_3 := 4$ $\pi := 2 \cdot \mathrm{asin}(1)$ $\pi = 3.142$

$z_{G3} := 6$ $z_{G3} = 6$ $y_{G3} := 12$ $y_{G3} = 12$ $A_3 := \pi \cdot {R_3}^2$ $A_3 = 50.265$

$J_{zG3} := \frac{\pi \cdot {R_3}^4}{4}$ $J_{zG3} = 201.062$ $J_{z3} := J_{zG3} + A_3 \cdot {y_{G3}}^2$ $J_{z3} = 7439.291$

$J_{yG3} := J_{zG3}$ $J_{yG3} = 201.062$ $J_{y3} := J_{yG3} + A_3 \cdot {z_{G3}}^2$ $J_{y3} = 2010.619$

$J_{zGyG3} := 0$ $J_{zGyG3} = 0$ $J_{zy3} := J_{zGyG3} + A_3 \cdot z_{G3} \cdot y_{G3}$ $J_{zy3} = 3619.115$

1.- Determinación de las coordenadas del baricentro de la figura compuesta:

$A := A_1 - A_2 - A_3$ $\quad A = 309.735$

$$z_G := \frac{z_{G1} \cdot A_1 - z_{G2} \cdot A_2 - z_{G3} \cdot A_3}{A} \qquad \boxed{z_G = 12.354}$$

$$y_G := \frac{y_{G1} \cdot A_1 - y_{G2} \cdot A_2 - y_{G3} \cdot A_3}{A} \qquad \boxed{y_G = 7.661}$$

Determinación de los momentos de inercia y centrífugo para un par de ejes baricéntricos paralelos a z y.

$J_z := J_{z1} - J_{z2} - J_{z3}$ $\quad J_z = 24880.709$

$J_y := J_{y1} - J_{y2} - J_{y3}$ $\quad J_y = 62069.381$

$J_{zy} := J_{zy1} - J_{zy2} - J_{zy3}$ $\quad J_{zy} = 31324.885$

$$J_{zG} := J_z - A \cdot y_G^{\,2} \qquad \boxed{J_{zG} = 6703.053}$$

$$J_{yG} := J_y - A \cdot z_G^{\,2} \qquad \boxed{J_{yG} = 14798.604}$$

$$J_{zGyG} := J_{zy} - A \cdot z_G \cdot y_G \qquad \boxed{J_{zGyG} = 2011.545}$$

Determinación de la posición de los ejes principales de inercia baricéntricos y de los momentos de inercia asociados a los mismos.

$$\alpha_1 := \frac{1}{2} \cdot \mathrm{atan}\left(\frac{2 \cdot J_{zGyG}}{J_{yG} - J_{zG}}\right) \qquad \alpha_1 = 0.231 \qquad \alpha_1 := \alpha_1 \cdot \frac{180}{\pi} \qquad \boxed{\alpha_1 = 13.213}$$

$$\alpha_2 := \alpha_1 - 90 \qquad \boxed{\alpha_2 = -76.787}$$

$$J_{Gmáx} := \frac{J_{zG} + J_{yG}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(J_{yG} - J_{zG}\right)^2 + 4 \cdot J_{zGyG}{}^2}$$

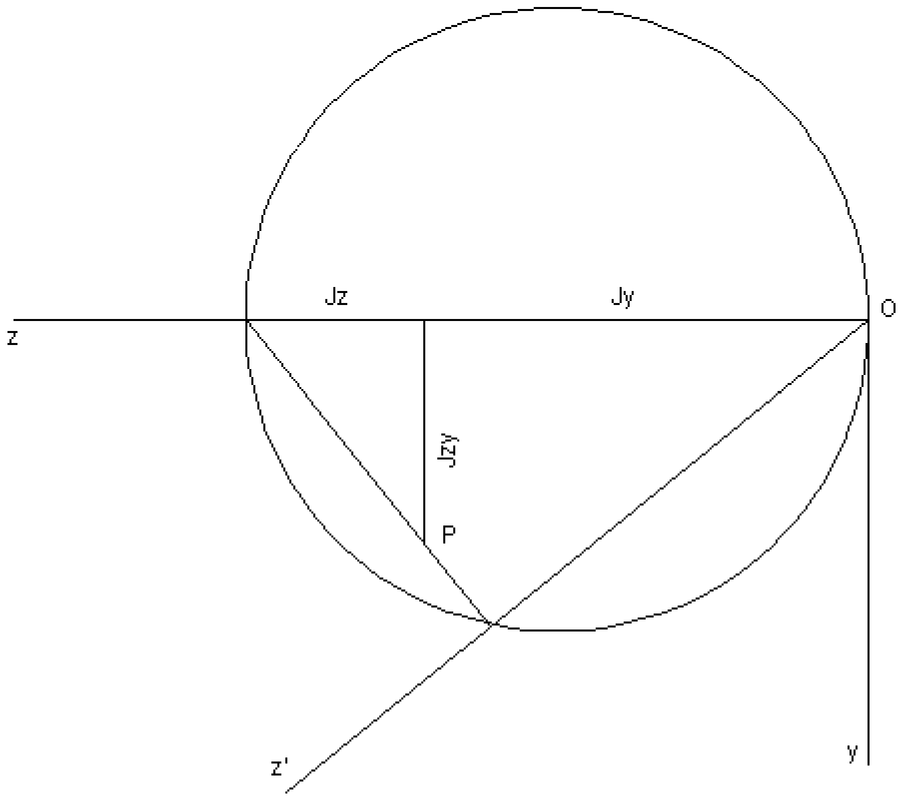
$J_{Gmáx} = 15270.873$

$$J_{Gmín} := \frac{J_{zG} + J_{yG}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(J_{yG} - J_{zG}\right)^2 + 4 \cdot J_{zGyG}{}^2}$$

$J_{Gmín} = 6230.784$

Determinación gráfica de la dirección conjugada del eje z. (En la figura es el eje z').

$J_y = 62069.381$ $\quad$ $J_z = 24880.709$ $\quad$ $J_{zy} = 31324.885$



Ing. Pablo H. Szaingurten