

- 1º.- Hallar las coordenadas del baricentro respecto de z y.
- 2º.- Determinar los momentos de inercia y centrífugo para un par de ejes paralelos a z y por el baricentro.
- 3º.- Encontrar la posición de los ejes principales de inercia baricéntricos y de los momentos de inercia asociados a los mismos.
- 4º.- Determinar gráficamente el conjugado de inercia del eje z.

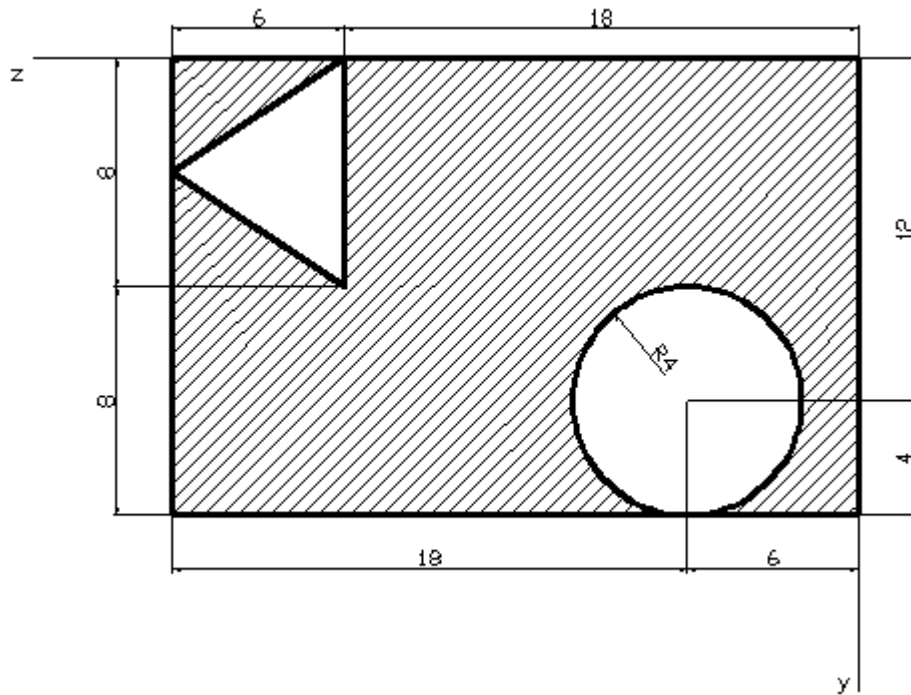


Figura 1 (Rectángulo)  $b_1 := 24$

$$h_1 := 16$$

$$z_{G1} := \frac{b_1}{2} \quad z_{G1} = 12$$

$$y_{G1} := \frac{h_1}{2} \quad y_{G1} = 8$$

$$A_1 := b_1 \cdot h_1 \quad A_1 = 384$$

$$J_{zG1} := \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} \quad J_{zG1} = 8192$$

$$J_{z1} := \frac{b_1 \cdot h_1^3}{3} \quad J_{z1} = 32768$$

$$J_{yG1} := \frac{h_1 \cdot b_1^3}{12} \quad J_{yG1} = 18432$$

$$J_{y1} := \frac{h_1 \cdot b_1^3}{3} \quad J_{y1} = 73728$$

$$J_{zGyG1} := 0 \quad J_{zGyG1} = 0$$

$$J_{zy1} := J_{zGyG1} + A_1 \cdot z_{G1} \cdot y_{G1} \quad J_{zy1} = 36864$$

Figura 2 (Triángulo)  $b_2 := 8$   $h_2 := 6$

$$z_{G2} := \frac{h_2}{3} + 18 \quad z_{G2} = 20 \quad y_{G2} := \frac{b_2}{2} \quad y_{G2} = 4 \quad A_2 := \frac{b_2 \cdot h_2}{2} \quad A_2 = 24$$

$$J_{zG2} := \frac{b_2^3 \cdot h_2}{48} \quad J_{zG2} = 64 \quad J_{z2} := J_{zG2} + A_2 \cdot y_{G2}^2 \quad J_{z2} = 448$$

$$J_{yG2} := \frac{b_2 \cdot h_2^3}{36} \quad J_{yG2} = 48 \quad J_{y2} := J_{yG2} + A_2 \cdot z_{G2}^2 \quad J_{y2} = 9648$$

$$J_{zGyG2} := 0 \quad J_{zGyG2} = 0 \quad J_{zy2} := J_{zGyG2} + A_2 \cdot z_{G2} \cdot y_{G2} \quad J_{zy2} = 1920$$

Figura 3 (Círculo)  $R_3 := 4$   $\pi := 2 \cdot \text{asin}(1)$   $\pi = 3.142$

$$z_{G3} := 6 \quad z_{G3} = 6 \quad y_{G3} := 12 \quad y_{G3} = 12 \quad A_3 := \pi \cdot R_3^2 \quad A_3 = 50.265$$

$$J_{zG3} := \frac{\pi \cdot R_3^4}{4} \quad J_{zG3} = 201.062 \quad J_{z3} := J_{zG3} + A_3 \cdot y_{G3}^2 \quad J_{z3} = 7439.291$$

$$J_{yG3} := J_{zG3} \quad J_{yG3} = 201.062 \quad J_{y3} := J_{yG3} + A_3 \cdot z_{G3}^2 \quad J_{y3} = 2010.619$$

$$J_{zGyG3} := 0 \quad J_{zGyG3} = 0 \quad J_{zy3} := J_{zGyG3} + A_3 \cdot z_{G3} \cdot y_{G3} \quad J_{zy3} = 3619.115$$

1.- Determinación de las coordenadas del baricentro de la figura compuesta:

$$A := A_1 - A_2 - A_3$$

$$A = 309.735$$

$$z_G := \frac{z_{G1} \cdot A_1 - z_{G2} \cdot A_2 - z_{G3} \cdot A_3}{A}$$

$$z_G = 12.354$$

$$y_G := \frac{y_{G1} \cdot A_1 - y_{G2} \cdot A_2 - y_{G3} \cdot A_3}{A}$$

$$y_G = 7.661$$

Determinación de los momentos de inercia y centrífugo para un par de ejes baricéntricos paralelos a z y.

$$J_z := J_{z1} - J_{z2} - J_{z3}$$

$$J_z = 24880.709$$

$$J_y := J_{y1} - J_{y2} - J_{y3}$$

$$J_y = 62069.381$$

$$J_{zy} := J_{zy1} - J_{zy2} - J_{zy3}$$

$$J_{zy} = 31324.885$$

$$J_{zG} := J_z - A \cdot y_G^2$$

$$J_{zG} = 6703.053$$

$$J_{yG} := J_y - A \cdot z_G^2$$

$$J_{yG} = 14798.604$$

$$J_{zGyG} := J_{zy} - A \cdot z_G \cdot y_G$$

$$J_{zGyG} = 2011.545$$

Determinación de la posición de los ejes principales de inercia baricéntricos y de los momentos de inercia asociados a los mismos.

$$\alpha_1 := \frac{1}{2} \cdot \text{atan} \left( \frac{2 \cdot J_{zGyG}}{J_{yG} - J_{zG}} \right)$$

$$\alpha_1 = 0.231$$

$$\alpha_1 := \alpha_1 \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\alpha_1 = 13.213$$

$$\alpha_2 := \alpha_1 - 90$$

$$\alpha_2 = -76.787$$

$$J_{Gm\acute{a}x} := \frac{J_{zG} + J_{yG}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(J_{yG} - J_{zG})^2 + 4 \cdot J_{zGyG}^2}$$

$$J_{Gm\acute{a}x} = 15270.873$$

$$J_{Gm\acute{i}n} := \frac{J_{zG} + J_{yG}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(J_{yG} - J_{zG})^2 + 4 \cdot J_{zGyG}^2}$$

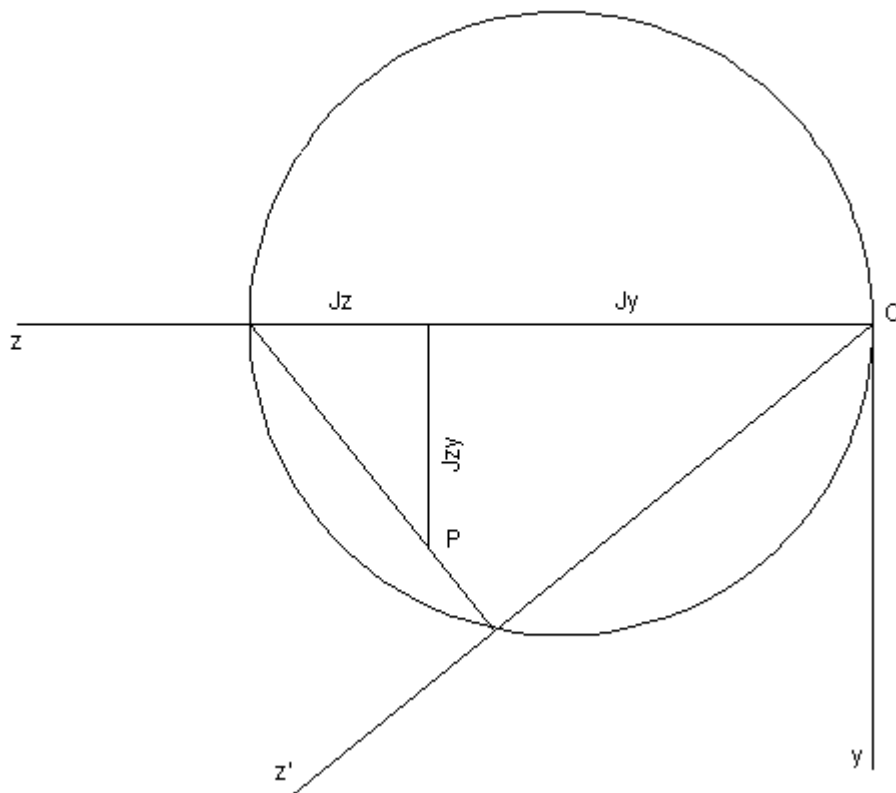
$$J_{Gm\acute{i}n} = 6230.784$$

Determinaci3n gr\afica de la direcci3n conjugada del eje z. (En la figura es el eje z').

$$J_y = 62069.381$$

$$J_z = 24880.709$$

$$J_{zy} = 31324.885$$



Ing. Pablo H. Szaingurten