



SEMICONDUCTORES

fuera del EQUILIBRIO

Dr. Andrés Ozols

Facultad de Ingeniería

UBA

2007

FENÓMENOS de TRANSPORTE de CARGA

ARRASTRE de PORTADORES

La densidad de carga moviéndose a una velocidad promedio de deriva o arrastre v_{ar}

$$J_{ar} = \rho v_{ar} \quad \rho > 0$$

J en unidades de Coul/cm² s

La densidad de corriente de huecos es

$$J_{par} = (ep)v_{arp}$$

ARRASTRE de PORTADORES

La velocidad de arrastre es proporcional al campo

$$v_{arp} = \mu_p E$$

μ_p es la movilidad de los huecos

La densidad de corriente de arrastre resulta

$$J_{par} = ep\mu_p E$$

En cambio para los electrones que se desplazan en sentido contrario al campo.

$$v_{arn} = -\mu_n E \quad \text{Con } \mu_n > 0$$

$$J_{nar} = (-en)(-\mu_n E) = en\mu_n E$$

ARRASTRE de PORTADORES

Las magnitudes típicas de la movilidad de los electrones y huecos a 300 K

	μ_n (cm ² /Vs)	μ_p (cm ² /Vs)
Silicio	1350	480
Arseniuro de Galio	8500	400
Germanio	3900	1900

La densidad de corriente de arrastre debida a los dos tipos de portadores de carga

$$J_{ar} = J_{par} + J_{nar} = e(p\mu_p + n\mu_n)E$$

Efectos de la movilidad

La ecuación de movimiento de huecos en un campo eléctrico E es

$$F = m_p^* a = m_p^* \frac{dv}{dt} = eE$$

La velocidad de la partícula, v , en el campo eléctrico E no incluye el efecto la velocidad térmica aleatoria

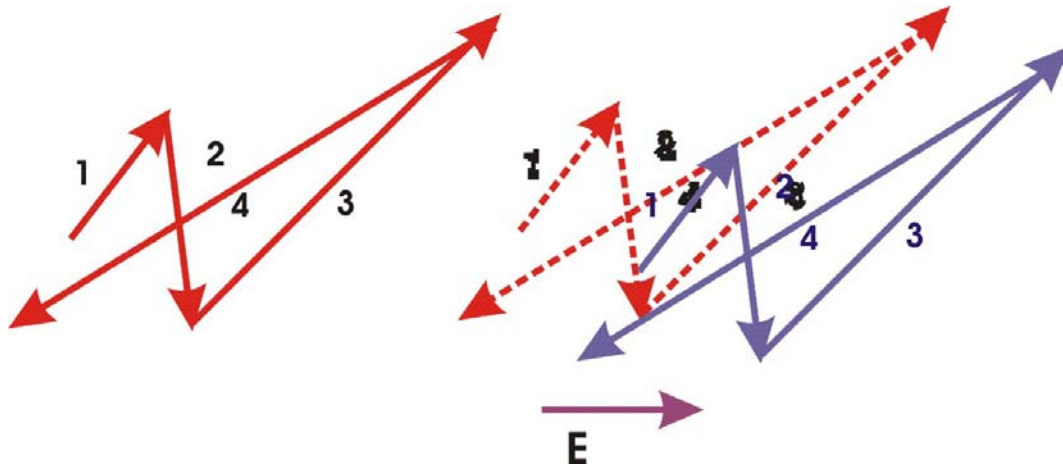
La integración de la ecuación asumiendo una velocidad de arrastre inicial nula

$$v = \frac{eE}{m_p^*} t$$

El movimiento térmico está caracterizado por un tiempo medio entre colisiones τ_{cp}

Efectos de la movilidad

La velocidad de arrastre máxima, previa a la colisión o dispersión



$$v_{arm\acute{a}x} = \frac{eE}{m_p^*} \tau_{Cp}$$

Su valor medio es la mitad del valor máximo

$$v_{ar} \approx \frac{eE}{m_p^*} \tau_p$$

Entonces la movilidad resulta para los huecos

$$\mu_p = \frac{v_{arp}}{E} = \frac{e}{m_p^*} \tau_p$$

Análogamente, para los electrones

$$\mu_n = \frac{v_{arn}}{E} = \frac{e}{m_n^*} \tau_n$$

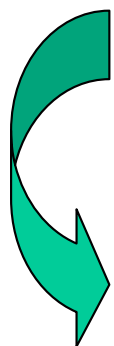
Efectos de la movilidad

Los mecanismos de interacción o dispersión de las cargas son:

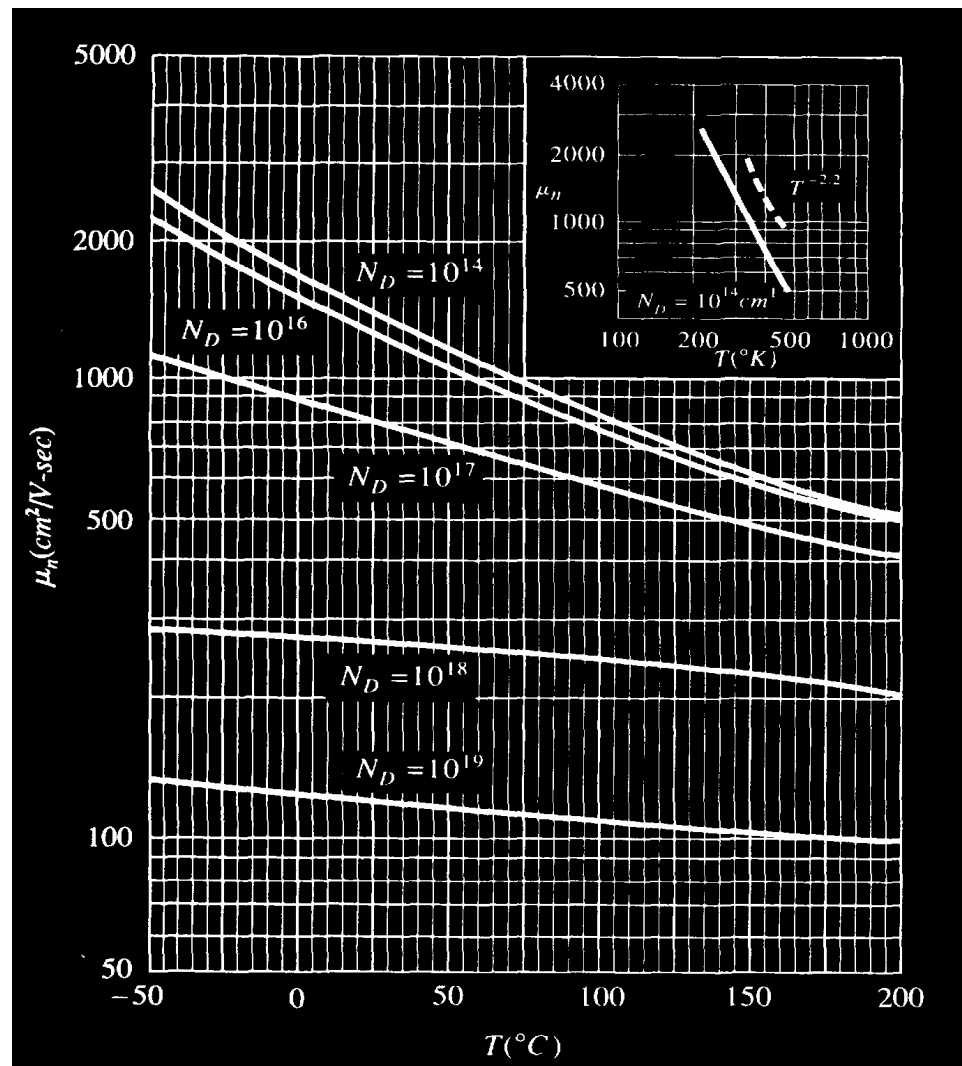
a) *Dispersión con la red cristalina*

Los **fonones** (cuantos de vibración que son generados por la vibración térmica de los átomos de la red) **interactúan con los portadores de carga**

conduce a la dependencia con la T



$$\mu_R \propto T^{-\frac{3}{2}}$$



Efectos de la movilidad

b) *Dispersión con las impurezas*

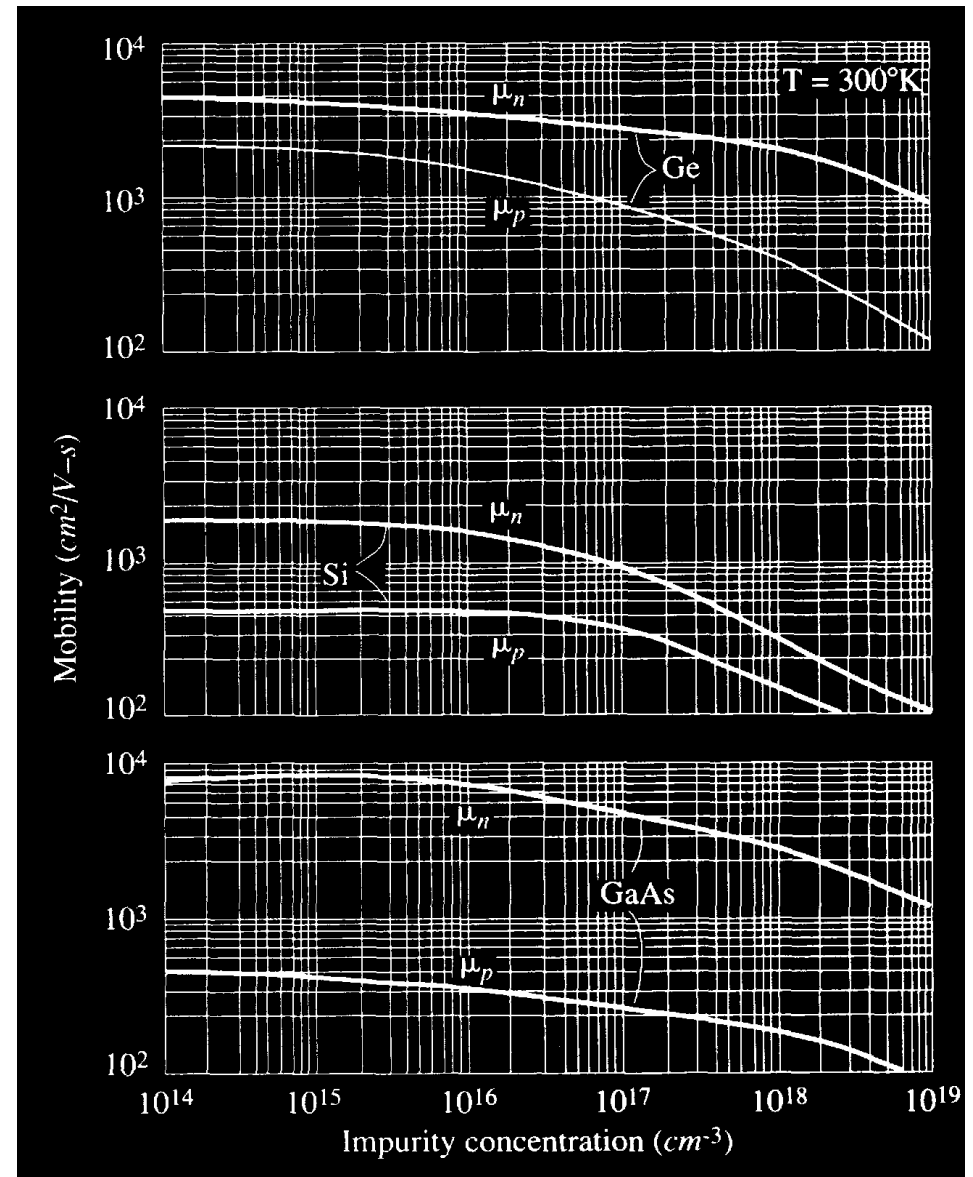
Las impurezas son ionizadas a temperatura ambiente de modo existen interacciones coulombianas con huecos y electrones adicionales liberados, que alteran la velocidad de arrastre



$$\mu_I \propto \frac{T^{\frac{3}{2}}}{N_I}$$

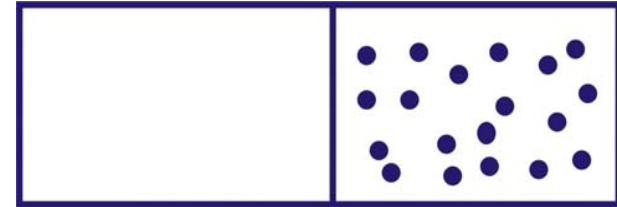
$$N_I = N_d^+ + N_a^-$$

El número total de impurezas



DIFUSIÓN de PORTADORES

Suponiendo que la **concentración electrónica** varía en una dimensión



El flujo neto de electrones que cruzan el plano $x = 0$, y l es el camino libre medio entre colisiones, λ , que tiene una **velocidad térmica** V_{Ter}

$$F_n = \frac{1}{2} n(-\lambda) v_{Ter} - \frac{1}{2} n(+\lambda) v_{Ter} = \frac{1}{2} v_{Ter} [n(-\lambda) - n(+\lambda)]$$

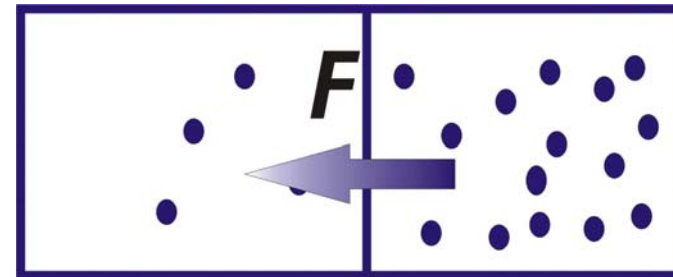
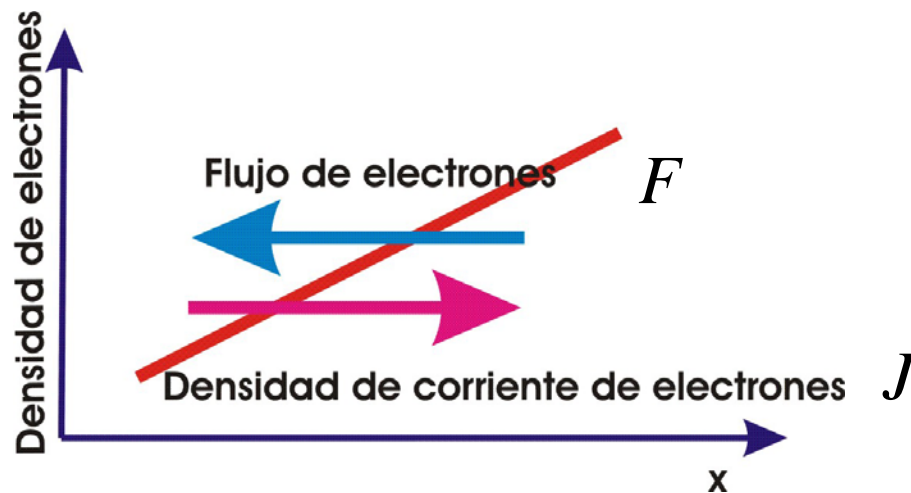
Esto corresponde a un desarrollo en serie en el entorno de $x = 0$

$$F_n = \frac{1}{2} v_{Ter} \left\{ \left[n(0) - \lambda \frac{dn}{dx} \right] - \left[n(0) + \lambda \frac{dn}{dx} \right] \right\} = -v_{Ter} \lambda \frac{dn}{dx}$$

DIFUSIÓN de PORTADORES

La densidad de **corriente de difusión electrónica** desde la zona de alta a la de baja densidad

$$J_n = -eF_n = ev_{Ter} \lambda \frac{dn}{dx}$$

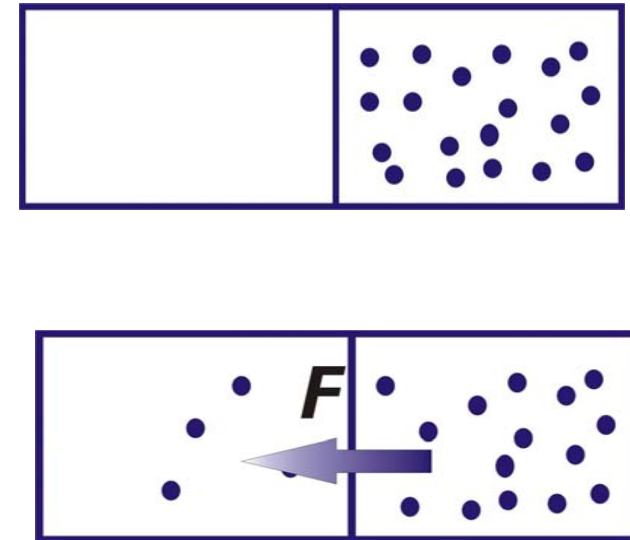
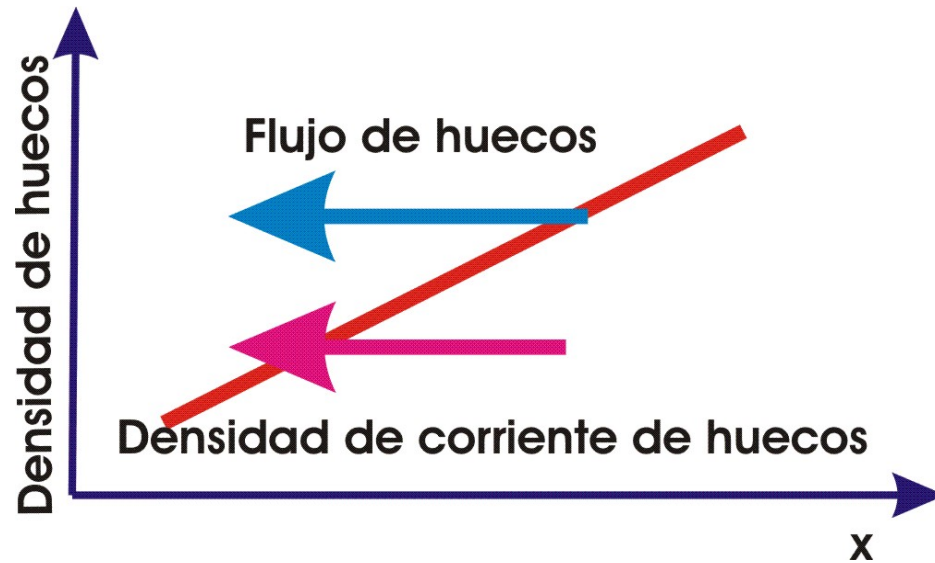


$$J_{Dn} = -eF_n = eD_n \frac{dn}{dx}$$

D_n Coeficiente de Difusión de electrones

DIFUSIÓN de PORTADORES

Análogamente, la densidad de corriente de difusión de huecos desde la zona de alta a la de baja densidad



$$J_{Dp} = -eF_p = -eD_p \frac{dp}{dx}$$

D_p Coeficiente de Difusión de huecos

DIFUSIÓN de PORTADORES

El flujo de difusión, F , tiene la dirección del gradiente de concentración de partículas, pero sentido inverso

$$\vec{F} = -D\vec{\nabla}.n \quad \text{Ley de Fick}$$

La densidad de corriente de difusión tendrá sentido definido por la carga, q

$$\vec{J}_D = -e\vec{F} = -qD\vec{\nabla}.n$$

DENSIDAD de CORRIENTE TOTAL

La densidad de corriente de (difusión + arrastre)

$$\vec{J} = \vec{J}_D + \vec{J}_{ar} = \left(\vec{J}_{Dn} + \vec{J}_{Dp} \right) + \left(\vec{J}_{arn} + \vec{J}_{arp} \right)$$

$$\vec{J} = \left(eD_n\vec{\nabla}n - eD_p\vec{\nabla}p \right) + \left(en\mu_n\vec{E} + ep\mu_p\vec{E} \right)$$

Efectos de la movilidad

Si ambos procesos de dispersión son independientes, la probabilidad de que ocurran en un intervalo dt es aditiva:

$$\frac{dt}{\tau} = \frac{dt}{\tau_I} + \frac{dt}{\tau_R}$$

Entonces la movilidad que tiene la forma $\mu = \frac{v_{ar}}{E} = \frac{e}{m^*} \langle \tau_{Cp} \rangle$

El aporte de todos los mecanismos de dispersión conducirá

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_I} + \frac{1}{\mu_R}$$

SECONDUCTOR fuera del EQUILIBRIO

**Exceso de electrones en la
banda de conducción**

+

**Exceso de huecos en la
banda de valencia**

**Concentración de electrones
en el equilibrio**

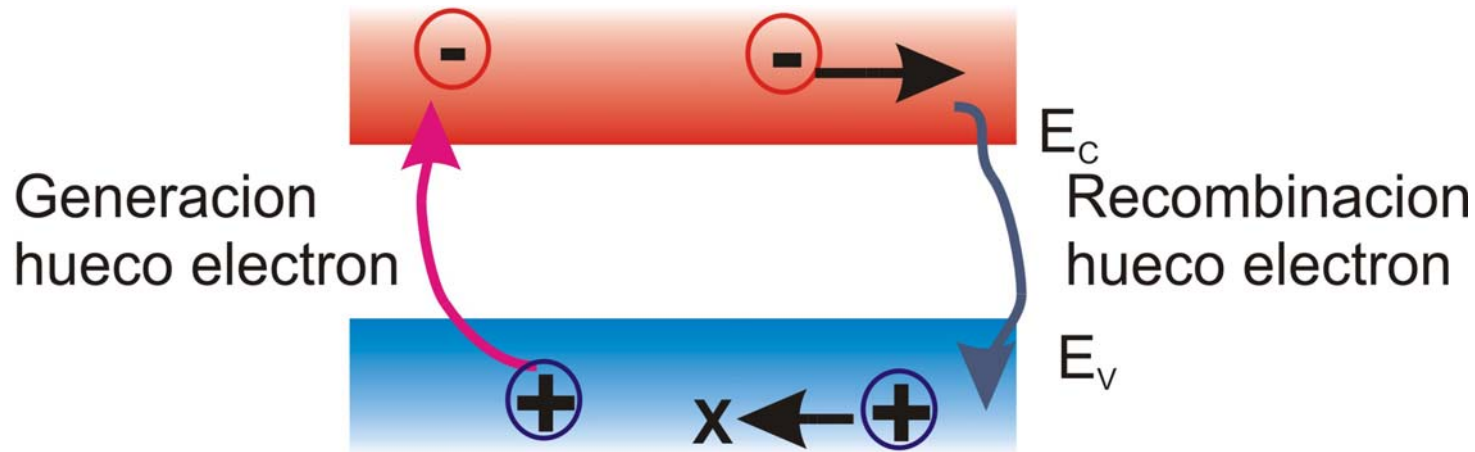
**Concentración de huecos en
el equilibrio**

SEMICONDUCTOR en EQUILIBRIO

GENERACIÓN: proceso de creación de huecos o electrones

≠

RECOMBINACIÓN: proceso de aniquilación de huecos o electrones



Velocidad de generación térmica de electrones

$$G_{n0} = G_{p0}$$

Velocidad de generación térmica de huecos

Partículas/cm³s

SEMICONDUCTOR en EQUILIBRIO

Velocidad de recombinación térmica de electrones

$$R_{n0} = R_{p0}$$

Velocidad de recombinación térmica de huecos

Velocidad de generación térmica

=

Velocidad de recombinación térmica

$$R_{n0} = R_{p0} = G_{n0} = G_{p0}$$

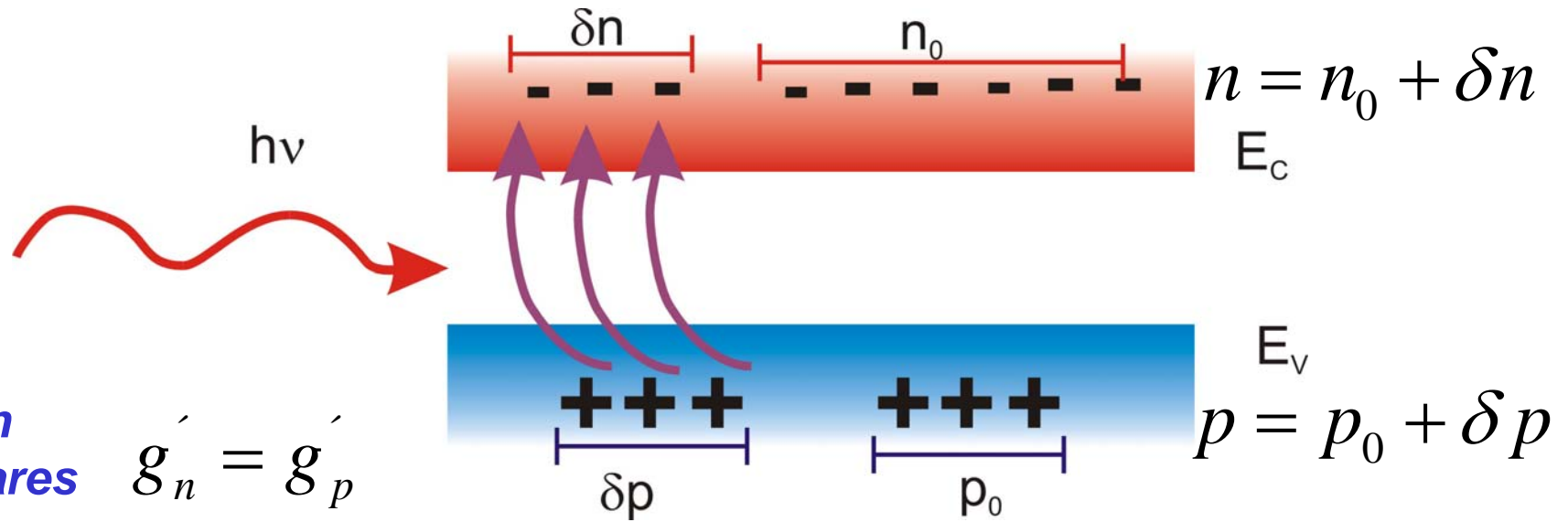
GENERACIÓN y RECOMBINACIÓN de PORTADORES en EXCESO

Símbolo	Definición
n_0, p_0	Concentración de electrones y huecos en equilibrio térmico (independiente del tiempo y la posición)
n, p	Concentración total de electrones y huecos (pueden ser dependiente del tiempo y la posición)
$\delta n = n - n_0$ $\delta p = p - p_0$	Concentración en exceso de electrones y huecos (pueden ser dependiente del tiempo y la posición)
g'_n, g'_p	Velocidades de generación de electrones y huecos en exceso
R'_n, R'_p	Velocidades de recombinación de electrones y huecos en exceso
τ_{n0}, τ_{p0}	Tiempos de vida de electrones y huecos en exceso

GENERACIÓN de PORTADORES en EXCESO

Los excesos son generados en pares hueco-electrón

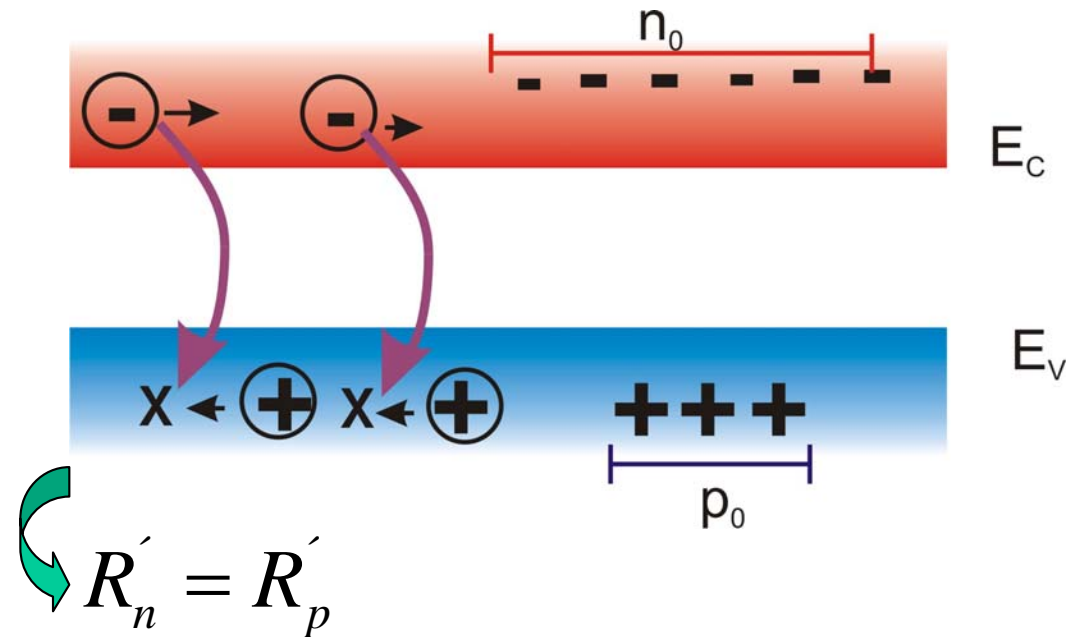
$$g'_n = g'_p$$



$$np \neq n_0 p_0 = n_i^2$$

RECOMBINACIÓN de PORTADORES en EXCESO

En estado estacionario no hay un crecimiento continuo de las concentraciones debido a la recombinación de los portadores



El cambio neto de la concentración electrónica

$$\frac{dn(t)}{dt} = \alpha_r \left[n_i^2 - n(t)p(t) \right]$$

$$\left| \begin{array}{l} n(t) = n_0 + \delta n(t) \\ p(t) = p_0 + \delta p(t) \end{array} \right.$$

GENERACIÓN y RECOMBINACIÓN de PORTADORES en EXCESO

El cambio neto de la concentración electrónica

$$\frac{dn(t)}{dt} = \alpha_r \left[n_i^2 - n(t)p(t) \right]$$

Velocidad de recombinación en equilibrio térmico

$$\begin{aligned} n(t) &= n_0 + \delta n(t) \\ p(t) &= p_0 + \delta p(t) \end{aligned}$$

La recombinación ocurre en pares $\Rightarrow \delta p(t) = \delta n(t)$

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{d(\delta n(t))}{dt} = \alpha_r \left[n_i^2 - (n_0 + \delta n(t))(p_0 + \delta p(t)) \right]$$

$$\frac{d(\delta n(t))}{dt} = -\alpha_r \delta n(t) \left[(n_0 + p_0) + \delta n(t) \right]$$

GENERACIÓN y RECOMBINACIÓN de PORTADORES en EXCESO

**CONDICIÓN de
BAJA INYECCIÓN
de carga**

SC TIPO N

$$n_0 \gg p_0$$

**baja
inyección**

$$n_0 \gg \delta p$$

SC TIPO P

$$p_0 \gg n_0$$

**baja
inyección**

$$p_0 \gg \delta n$$

GENERACIÓN y RECOMBINACIÓN de PORTADORES en EXCESO

Caso SC TIPO P $p_0 \gg n_0$ $\frac{d(\delta n(t))}{dt} \approx -\alpha_r \delta n(t) p_0$

Baja inyección de carga $p_0 \gg \delta n$

La solución $\delta n(t) \approx \delta n(0) e^{-\alpha_r p_0 t} = \delta n(0) e^{-t/\tau_{n0}}$

Tiempo de vida de portadores minoritarios en exceso

$$\tau_{n0} = \frac{1}{\alpha_r p_0}$$

La velocidad de recombinación

$$R'_n = \frac{-d(\delta n(t))}{dt} = \alpha_r p_0 \delta n(t) = \frac{\delta n(t)}{\tau_{n0}}$$

La recombinación de huecos y electrones

$$R'_n = R'_p = \frac{\delta n(t)}{\tau_{n0}}$$

GENERACIÓN y RECOMBINACIÓN de PORTADORES en EXCESO

Caso SC TIPO N

$$p_0 \ll n_0$$

con baja inyección

$$\delta p(t) \ll p_0$$

La recombinación de huecos y electrones

$$R'_n = R'_p = \frac{\delta p(t)}{\tau_{p0}}$$

ANÁLISIS MATEMÁTICO del EXCESO de PORTADORES

ECUACIÓN de CONTINUIDAD

Flujo de huecos (número de huecos/cm² s)

$$F_{px}^+(x+dx) = F_{px}^+(x) + \frac{\partial F_{px}^+(x)}{\partial x} dx$$

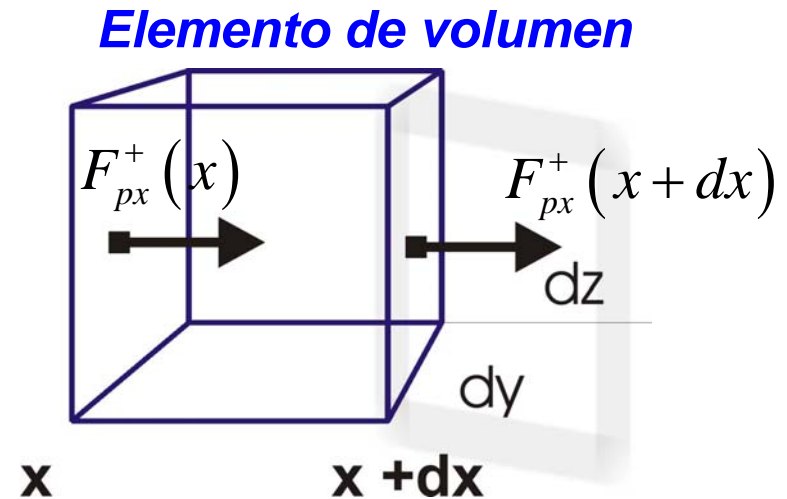
El incremento del número de huecos

$$\frac{\partial p}{\partial t} dx dy dz = [F_{px}^+(x+dx) - F_{px}^+(x)] dy dz = -\frac{\partial F_{px}^+(x)}{\partial x} dx dy dz$$

Considerando la generación y recombinación

$$\frac{\partial p}{\partial t} dx dy dz = \left[-\frac{\partial F_{px}^+(x)}{\partial x} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} \right] dx dy dz$$

τ_{pt} *Tiempo de vida de portadores en equilibrio térmico*



ECUACIÓN de CONTINUIDAD

La ecuación de continuidad

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial F_{px}^+}{\partial x} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}}$$

Similarmente para electrones

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial F_{nx}^-}{\partial x} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}}$$

F_{nx}^-

**Flujo de electrones
(número de
electrones/cm²s)**

ECUACIÓN de DIFUSIÓN DEPENDIENTE del TIEMPO

Las densidades de corrientes de huecos y electrones

$$J_p = e\mu_p pE - eD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$J_n = e\mu_n nE + eD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$



El flujo de partículas

$$F_p^+ = \frac{J_p}{e} = \mu_p pE - D_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$F_n^- = \frac{J_n}{-e} = -\mu_n nE - D_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

La divergencia del flujo de huecos

$$\frac{\partial F_p^+}{\partial x} = \mu_p \frac{\partial}{\partial x}(pE) - D_p \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

Pero

$$\frac{\partial F_{px}^+}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial t} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial t} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} = \mu_p \frac{\partial}{\partial x}(pE) - D_p \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mu_p \frac{\partial}{\partial x}(pE) + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}}$$

ECUACIÓN de DIFUSIÓN DEPENDIENTE del TIEMPO

La divergencia del flujo de electrones

$$\frac{\partial F_n^-}{\partial x} = -\mu_n \frac{\partial}{\partial x}(nE) - D_n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

Pero

$$\frac{\partial F_{nx}^- (x)}{\partial x} = -\frac{\partial n}{\partial t} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}}$$

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}} = -\mu_n \frac{\partial}{\partial x}(nE) - D_n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial}{\partial x}(nE) + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}}$$

Además

$$\frac{\partial}{\partial x}(pE) = E \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial E}{\partial x}$$

ECUACIÓN de DIFUSIÓN DEPENDIENTE del TIEMPO

Las ecuaciones de difusión resultan entonces

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \mu_p \left(E \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} = \frac{\partial p}{\partial t}$$

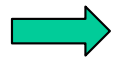
pero

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

$$D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n \left(E \frac{\partial n}{\partial x} + n \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}} = \frac{\partial n}{\partial t}$$

En función de los excesos



$$D_p \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} + \mu_p \left(E \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} + p \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} = \frac{\partial (\delta p)}{\partial t}$$

$$D_n \frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \left(E \frac{\partial (\delta n)}{\partial x} + n \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}} = \frac{\partial (\delta n)}{\partial t}$$

TRANSPORTE AMBIPOLAR

El campo eléctrico total $E = E_{ap} + E_{int}$

El campo interno es generado por los excesos de carga $\nabla \cdot E_{int} = \frac{e(\delta p - \delta n)}{\epsilon_s} = \frac{\partial E_{int}}{\partial x}$

Esto complica la determinación de las concentraciones de los excesos!!

Podría aproximarse

$$|E_{int}| \ll |E_{ap}|$$

Esto es aceptable en la situación de neutralidad de carga

$$\delta p \approx \delta n \Rightarrow \nabla \cdot E_{int} \approx 0$$

TRANSPORTE AMBIPOLAR

Son definidas la generación y recombinación de los excesos

$$g_p = g_n = g$$

$$R_p = \frac{p}{\tau_{pt}} = \frac{n}{\tau_{nt}} = R_n = R$$

$$D_p \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} + \mu_p \left(E \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} + p \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g - R = \frac{\partial (\delta p)}{\partial t} \quad \text{ec. 1}$$

$$D_n \frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \left(E \frac{\partial (\delta n)}{\partial x} + n \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g - R = \frac{\partial (\delta n)}{\partial t} \quad \text{ec. 2}$$

Realizando la combinación $\mu_n n$ ec. 1 + $\mu_p p$ ec. 2

TRANSPORTE AMBIPOLAR

$$\begin{aligned} & (\mu_n n D_p + \mu_p p D_n) \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} + \mu_p \mu_n (p - n) E \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} \\ & + \mu_p \mu_n (np - pn) \frac{\partial E}{\partial x} + (\mu_n n + \mu_p p) (g - R) = (\mu_n n + \mu_p p) \frac{\partial (\delta p)}{\partial t} \end{aligned}$$

Dividiendo por $(\mu_n n + \mu_p p)$

$$\frac{(\mu_n n D_p + \mu_p p D_n)}{(\mu_n n + \mu_p p)} \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} + \frac{\mu_p \mu_n}{(\mu_n n + \mu_p p)} (p - n) E \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} + (g - R) = \frac{\partial (\delta p)}{\partial t}$$

TRANSPORTE AMBIPOLAR

Definiendo el coeficiente de difusión y la movilidad ambipolares

$$D^* = \frac{(\mu_n n D_p + \mu_p p D_n)}{(\mu_n n + \mu_p p)} \quad \mu^* = \frac{\mu_p \mu_n (p - n)}{(\mu_n n + \mu_p p)}$$

La ecuación de difusión ambipolar

$$D^* \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} + \mu^* E \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} + (g - R) = \frac{\partial (\delta p)}{\partial t}$$

LÍMITE de DOPAJE EXTRÍNSECO y de BAJA INYECCIÓN de CARGA

Las relaciones de Einstein relacionan la movilidad con los coeficientes de difusión

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT}$$

→ El coeficiente de difusión resulta

$$D^* = \frac{\mu_n n D_p + \mu_p p D_n}{\mu_n n + \mu_p p} = \frac{D_n \frac{e}{kT} n D_p + D_p \frac{e}{kT} p D_n}{D_n \frac{e}{kT} n + D_p \frac{e}{kT} p} = \frac{D_n D_p (n + p)}{D_n n + D_p p}$$

$$\rightarrow D^* = \frac{D_n D_p (n_0 + \delta n + p_0 + \delta n)}{D_n (n_0 + \delta n) + D_p (p_0 + \delta n)}$$

LÍMITE de DOPAJE EXTRÍNSECO y de BAJA INYECCIÓN de CARGA

a) semiconductor es de tipo P $p_0 \gg n_0$ Baja inyección de carga $p_0 \gg \delta n$

$$D^* = \frac{D_n D_p (n_0 + \delta n + p_0 + \delta n)}{D_n (n_0 + \delta n) + D_p (p_0 + \delta n)} \simeq \frac{D_n D_p p_0}{D_p p_0} = D_n$$

$$\mu^* = \frac{\mu_p \mu_n (p - n)}{\mu_n n + \mu_p p} = \frac{\mu_p \mu_n (p_0 - n_0)}{\mu_n (n_0 + \delta n) + \mu_p (p_0 + \delta n)} \simeq \frac{\mu_p \mu_n p_0}{\mu_p p_0} = \mu_n$$

$\delta p \approx \delta n$ Hipótesis de neutralidad de carga

La ecuación ambipolar se reduce a la correspondiente al exceso del portador minoritario

$$D_n \frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial (\delta n)}{\partial x} + (g - R) = \frac{\partial (\delta n)}{\partial t}$$

LÍMITE de DOPAJE EXTRÍNSECO y de BAJA INYECCIÓN de CARGA

La generación y recombinación del exceso minoritario

$$g - R = g_n - R_n = \underbrace{(G_{n0} + g'_n)}_{\text{generación del equilibrio y del exceso}} - \underbrace{(R_{n0} + R'_n)}_{\text{recombinación del equilibrio y del exceso}}$$

generación del equilibrio y del exceso

recombinación del equilibrio y del exceso



En equilibrio térmico

$$G_{p0} = G_{n0}$$



$$g - R = g'_n - R'_n = g'_n - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

LÍMITE de DOPAJE EXTRÍNSECO y de BAJA INYECCIÓN de CARGA

Ecuación ambipolar para SC fuertemente extrínseco tipo P

$$D_n \frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial (\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_n} = \frac{\partial (\delta n)}{\partial t}$$

Análogamente, la ecuación ambipolar para SC fuertemente extrínseco tipo N

$$D_p \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} + \mu_p E \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_p} = \frac{\partial (\delta p)}{\partial t}$$

APLICACIONES de la ECUACIÓN de TRANSPORTE AMBIPOLAR

Estado estacionario

$$\frac{\partial(\delta n)}{\partial t} = 0 = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

Distribución uniforme de portadores en exceso

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} = 0, D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} = 0$$

Campo eléctrico nulo

$$\mu_p E \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} = 0, \mu_n E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} = 0$$

No hay generación en volumen de pares hueco-electrón

$$g' = 0$$

APLICACIONES de la ECUACIÓN de TRANSPORTE AMBIPOLAR

Situaciones frecuentes

a) *Distribución uniforme de portadores en exceso*

No hay generación en volumen de pares hueco-electrón

$$-\frac{\delta p}{\tau_p} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \delta p(t) = \delta p(0)e^{-\frac{t}{\tau_p}}$$

b) *Estado estacionario*

Campo eléctrico nulo

No hay generación en volumen de pares hueco-electrón

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \frac{\delta p}{\tau_p} = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta p(x) = Ae^{-\frac{x}{L_p}} + Be^{\frac{x}{L_p}}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

Longitud de Difusión