RELATIVIDAD RESTRINGIDA

(A. Einstein en 1905)

Situación general fines del siglo XIX?

Existían un conjunto de teorías físicas y químicas exitosas

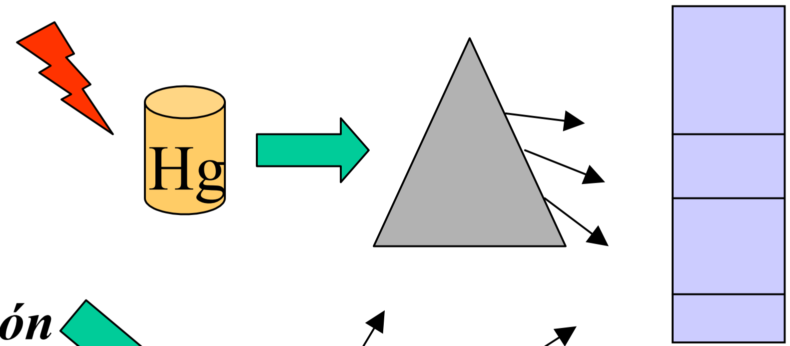
- **Mecánica clásica**
- **Electromagnetismo**
- **Termodinámica**
- **Óptica**
- **Hidráulica**
- **Mecánica estadística**
- **Química inorgánica**
- **etc**

Quedará algo por descubrir?

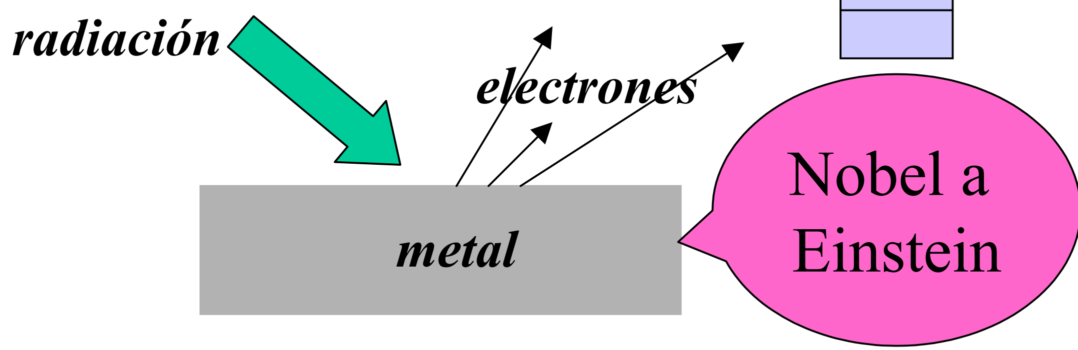
Lord Kelvin (?) “ya está todo descubierto”

Sin embargo, conjunto de hechos observables que no podían ser explicados con las teorías existentes

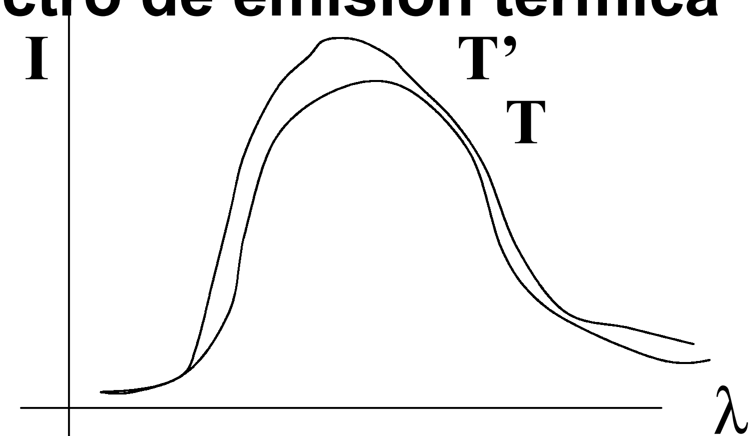
Familias de líneas espectra-les características de cada elemento.



Efecto fotoeléctrico



Espectro de emisión térmica



La búsqueda de explicaciones a éstos hechos determinó el nacimiento de la Mecánica Cuántica (completada entre 1900 y 1925) (teoría adecuada para explicar lo que ocurre a escala atómica)

Otro hecho quedaba pendiente:

Se pensaba que las ondas electromagnéticas (explicadas a partir de ecuaciones de Maxwell), se transmitían en un medio material a semejanza de ondas materiales conocidas (ondas en cuerdas y líquidos, acústicas, etc).

éter

Por analogía ese éter debería

llenar todo el espacio (pues las ondas electromagnéticas llegaban de las estrellas),

no tener masa (pues los cuerpos celestes no parecían frenarse) pero si tener propiedades elásticas adecuadas para la transmisión de las ondas,

ser isotrópico pues no se observavan direcciones preferenciales en el espacio

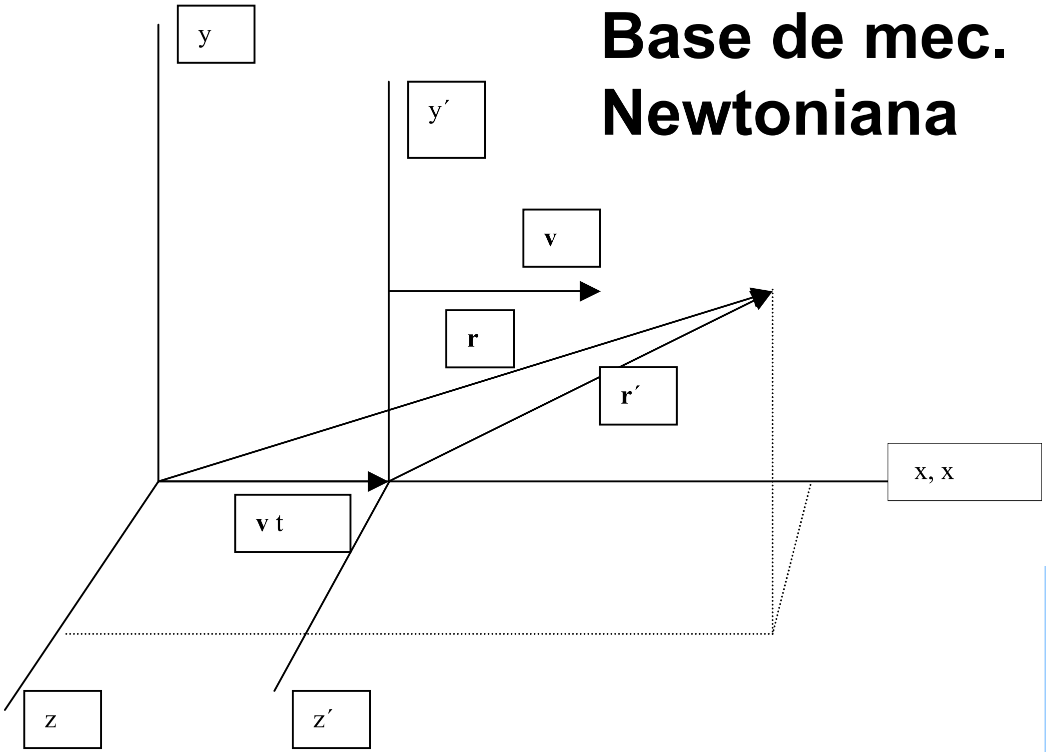
El éter parecía ser un sistema de referencia absoluto!!

La velocidad de luz en la Tierra (supuestamente en movimiento respecto al éter) estaba medida (2,988 10^8 m/s)

Cuánto valía esa velocidad respecto al éter?.

TRANSFORMACION DE GALILEO

Base de mec. Newtoniana



-Sist. fijo x,y,z; éter;donde la veloc. luz es c
-Sist. móvil (Tierra) x´,y´,z´ donde veloc de la luz es c'
-La Tierra se mueve respecto al éter según el eje x a velicidad constante v

Transformación de Galileo

$r = r' + v.\ t \Rightarrow V = V' + v$

$x' = x - v.t$

$y' = y \quad z' = z \quad t' = t$

Leyes de la mecánica son las mismas en O y O' (se conservan o son invariantes)

(xyz): $F_i = m\ d^2x_i/dt^2$

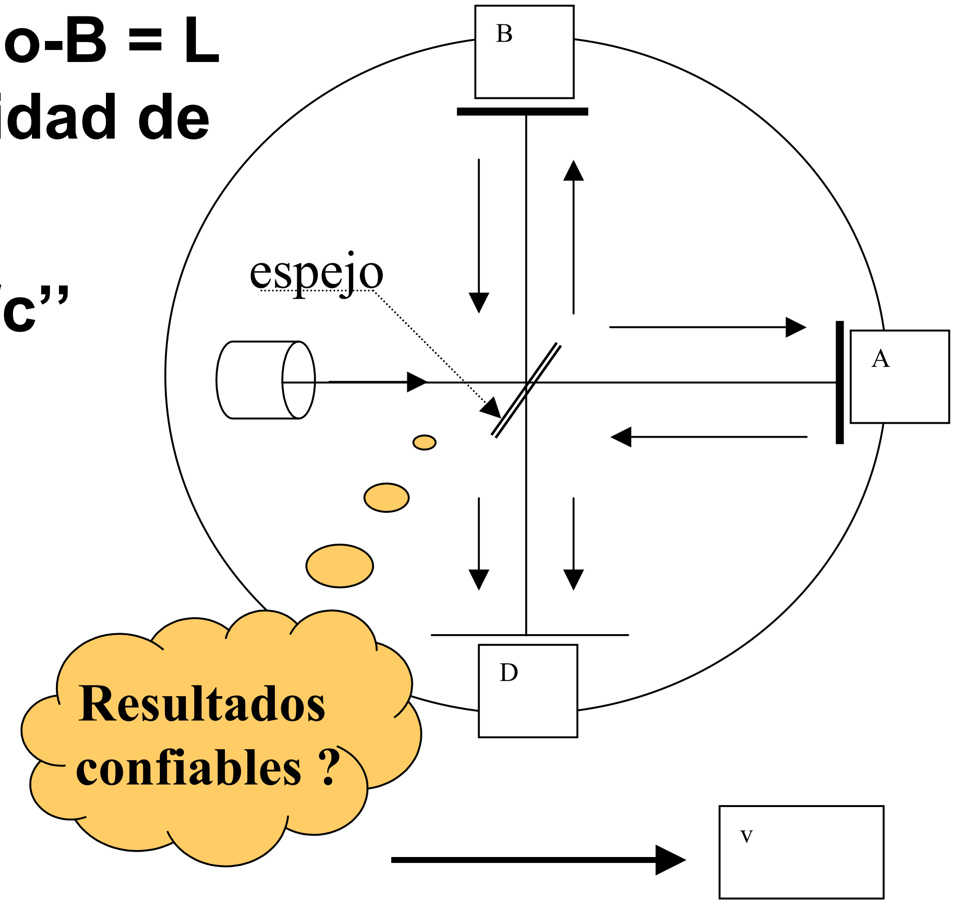
(x'y'z'): $F'_i = m\ d^2x_i'/dt^2 \Rightarrow F_i = F'$

p (≠ en ambos sistemas) se conserva en los choques; la energía cinética (≠ en ambos sistemas) se conserva si no hay fuerzas disipativas, etc.

EXPERIENCIA DE MICHELSON-MORLEY

Long. espejo-A = Long. espejo-B = L

c (éter) = c´ (tierra) + v (velocidad de arrastre)



tx (espejo-A-espejo) = L/c’+L/c’’

$$[L / (c - v)] + [L / (c + v)]$$

$$tx = 2 L c / (c^2 - v^2)$$

$$\underline{tx = (2 L / c) / (1 - v^2/c^2)}$$

ty (espejo-B-espejo)= 2 L / c´

pero

$$c^2 = c'^2 + v^2$$

$$c' = (c^2 – v^2)^{1/2}$$

$$ty = 2 L / (c^2 – v^2)^{1/2}$$

$$\underline{ty = (2 L / c) / (1 – v^2 / c^2)^{1/2}}$$

$tx \neq ty \Rightarrow$ figuras de interferencia en D observables

No se observan

A. Einstein (en junio 1905, con 26 años, empleado de la oficina postal de Berna) **envía un artículo al Annals of Physics** (editado por Max Planck) **que modifica toda nuestra concepción del espacio y el tiempo**

Se basaba en una idea que lo venía preocupando desde 10 años antes (cuando tenía 16!!)

Maxwell, que había tenido éxito uniendo la electricidad y el magnetismo en una sola teoría, el electromagnetismo, había mostrado también que la luz era una onda electro-magnética; como tal con una particularidad: en vacío siempre se desplazaba a c

Que pasa si alcanzo un haz de luz?

Aparentemente debería estar en reposo respecto a mi <u>pero eso contradecía la experinecia de M-M y todas las observaciones sobre la luz conocidas</u>

POSTULADOS DE EINSTEIN

Desde Galileo se sabía que las leyes de la Mecánica eran las mismas en todos los sistemas inerciales

- **se podía tener distintos valores de energía cinética pero la energía se conservaba,**
- **se podía tener distintos valores de impulso pero el impulso se conservaba, etc**

Einstein generalizó esto a toda la física

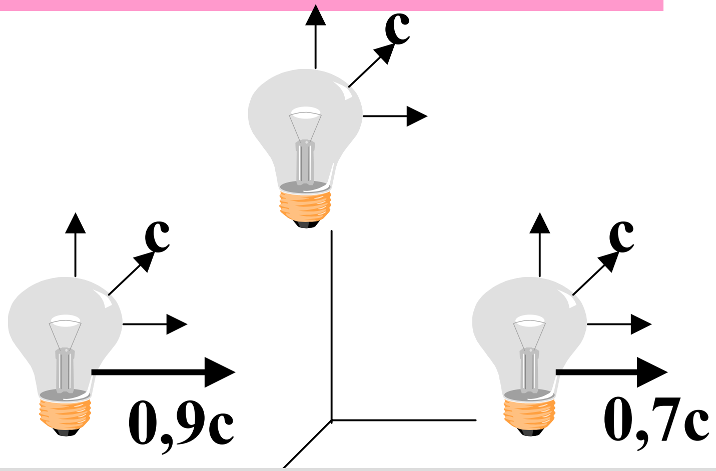
1) Las leyes de la física son iguales en todos los referenciales inerciales

No existe un referencial absoluto

2°) La velocidad de la luz en todos los referenciales inerciales es la misma $\Rightarrow c = c'$

Consecuencias?

3 fuentes, una en reposo respecto al observador, otra que se acerca a 0,9c y otra que se aleja a 0,7c



Para el observador la velocidad de la luz emitida por las tres fuentes es la misma!

Y si en lugar de lámparas “disparando” luz fueran aviones disparando balas?

Contradicción? Puede que no: que a bajas velocidades funcione la mecánica Newtoniana y a altas velocidades no. Velocidades máximas alcanzadas: satélite: 8000 m/s o 28.800 Km/h,o sea 0,000027 c

=> <u>la Mecánica Newtoniana debe ser parte de una Mecánica más general</u>.

Leyes del electromagnetismo cambian de forma al pasar de un sistema a otro usando las transformaciones de Galileo

Necesario transformación más general que resuelva esto, pero confluya hacia Tranformación de Galileo en el límite de las bajas velocidades

<u>TRANSFORMACIONES DE LORENTZ</u> (coordenadas)

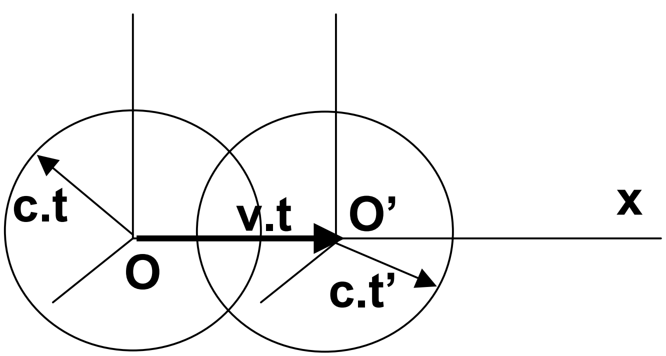
Dos sistemas en movimiento relativo v según x tienen sus orígenes coincidentes en t= t´= 0. Y en ese momento se enciende una lámpara situada en ambos orígenes.

En el sistema O´a un tiempo t´, el frente de onda esférico tiene coordenadas para cualquiera de sus puntos dado por

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 . t'^2 \qquad [1]$$

pero igual argumento vale para el sistema O ya que c = c´

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 . t^2 \qquad [2]$$



Por razones de simetría

y´= y

z´= z

OO´= v.t para el observador O,

o sea x = v.t para x´= 0

Esto sugiere $x' = \gamma.(x - v.t)$ (γ cte. a determinar)
$t' = a.(t - b.x)$ (a y b ctes. a determinar)

(en la transformación de Galileo $\gamma = a = 1$, $b = 0$)

reemplazando en [1]

$\gamma^2(x^2 - 2.v.t.x + v^2.t^2) + y^2 + z^2 = c^2\, a^2.(t^2 - 2.b.x.t + b^2.x^2)$

y agrupando

$x^2.(\gamma^2 - c^2.a^2.b^2) + y^2 + z^2 - 2.x.t.(\gamma^2\, v - b.c^2.a^2) = c^2.t^2.(a^2 - \gamma^2.v^2 / c^2)$

que deberá ser igual a [1], por lo que

$(\gamma^2 - c^2.a^2.b^2) = 1$, $.(\gamma^2\, v - b.c^2.a^2) = 0$, $.(a^2 - \gamma^2.v^2 / c^2) = 1$

Resolviendo este conjunto de tres ecuaciones con tres incógnitas se tiene

$$\gamma = a = 1 / (1 - v^2 / c^2)^{1/2}, \quad b = v / c^2$$

Las transformaciones de Lorentz quedan

$$x' = (x - v.t) / (1 - v^2 / c^2)^{1/2}$$

$$y' = y \quad z' = z$$

$$t' = (t - v.x / c^2) / (1 - v^2 / c^2)^{1/2}$$

Ecuaciones de transformación de Lorentz tienden a las de Galileo cuando $v \to 0$

$$x' = x - v.t$$

$$y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

TRANSFORMACIONES DE LORENTZ (v y a)

$$V_x = \frac{dx}{dt} \qquad V_y = \frac{dy}{dt} \qquad V_z = \frac{dz}{dt} \qquad V_x' = \frac{dx'}{dt} \qquad V_y' = \frac{dy'}{dt} \qquad V'_z = \frac{dz'}{dt}$$

Diferenciando transformación de Lorentz

$$dx' = \frac{dx - v\,dt}{(1-\frac{v^2}{c^2})^{1/2}} = \frac{V_x - v}{(1-\frac{v^2}{c^2})^{1/2}}\,dt \quad (dx = V_x\,dt) \qquad dy' = dy \qquad dz' = dz$$

$$dt' = \frac{dt - v\,dx/c^2}{(1-\frac{v^2}{c^2})^{1/2}} = \frac{1 - vV_x/c^2}{(1-\frac{v^2}{c^2})^{1/2}}\,dt$$

$x' = (x - v.t) / (1 - v^2 / c^2)^{1/2}$

$y' = y \quad z' = z$

$t' = (t - v.x / c^2) / (1 - v^2 / c^2)^{1/2}$

dividiendo las tres primeras ecuaciones por la cuarta

$$V'_x = \frac{V_x - v}{1 - vV_x/c^2} \qquad V'_y = \frac{V_y(1-\frac{v^2}{c^2})^{1/2}}{1 - vV_x/c^2} \qquad V'_z = \frac{V_z(1-\frac{v^2}{c^2})^{1/2}}{1 - vV_x/c^2}$$

Cuando el movimiento es a lo largo del eje x se tiene

$$V_x = V, \quad V_y = V_z = 0, \quad V'_x = V', \quad V'_y = V'_z = 0$$

$$\boxed{V' = \frac{V - v}{1 - vV/c^2}}$$

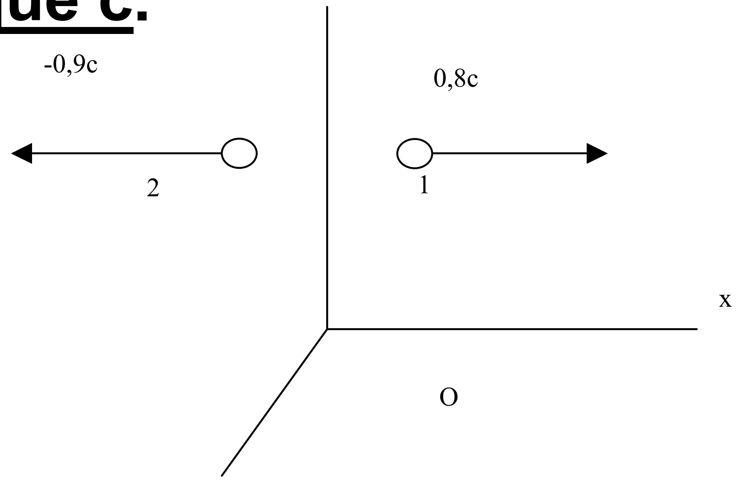
Para obtener la expresión de la aceleración se diferencia primero la expresión anterior

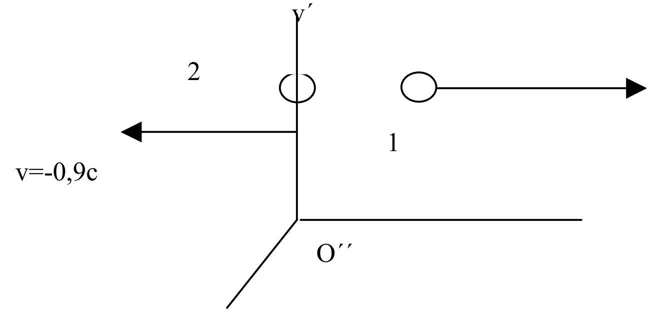
$$V' = \frac{V - v}{1 - vV/c^2}$$

$$dV' = \frac{dV[(1 - vV/c^2) - (V - v)(-v/c^2)]}{(1 - vV/c^2)^2} = \frac{(1 - v^2/c^2)}{(1 - vV/c^2)^2} dV$$

$$\boxed{a' = \frac{dV'}{dt'} = \frac{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - vV/c^2)^3} \frac{dV}{dt}}$$

Aplicación: es imposible elegir V y v tal que v´sea mayor que c.





$$V'_{1x} = \frac{V_{1x} - v}{1 - \frac{vV_{1x}}{c^2}}$$

Sea sistema O donde la partícula 1 se mueve en dirección x positiva con 0,8c y la partícula 2 en dirección x negativa con –0,9c. Vamos a evaluar la velocidad de la partícula 1 medida desde un sistema O´ que se mueve con la partícula 2

[clásicamente V´=V-v=0,9c-(-0,8c)=1,7c]

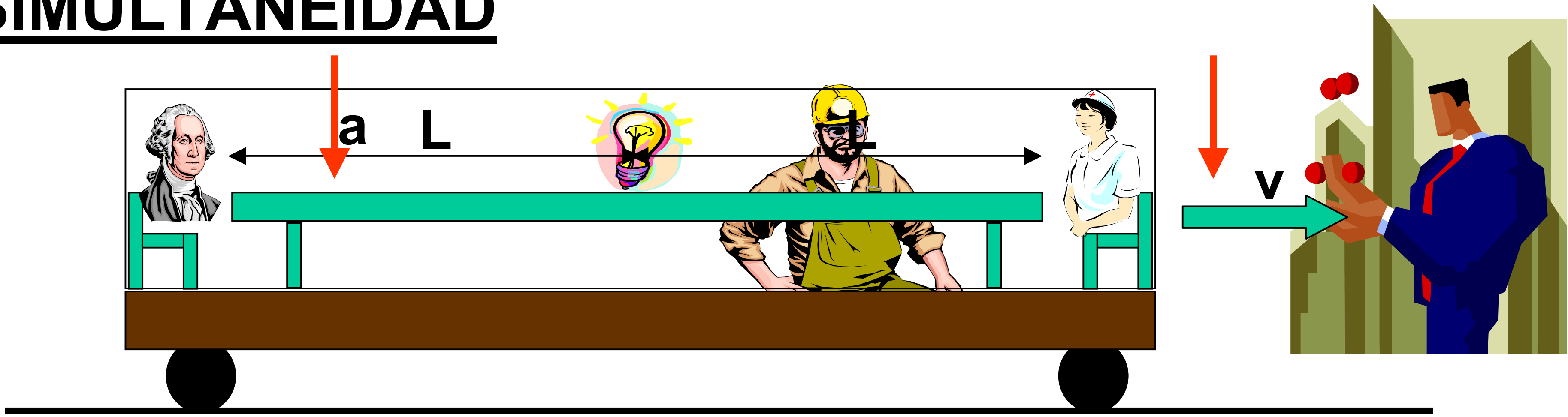
siendo v la velocidad del sistema móvil (O´) respecto al fijo (O), o sea –0,9c y V_{1x} la velocidad del cuerpo respecto al sistema O, o sea 0,8c

$$V'_{1x} = \frac{0{,}8c - (-0{,}9c)}{\left(1 - \frac{(-0{,}9c)0{,}8c}{c^2}\right)} = \frac{1{,}7c}{1{,}72} = 0{,}99c$$

c es un límite superior de velocidad para cualquier situación de movimiento relativo

Si 0,99 ambas, V´=0,99995C

SIMULTANEIDAD



Desde arriba del vagón

C es unica, L es la misma =>Ambas personas en los extremos de la mesa ven simultaneamente que se enciende la lámpara

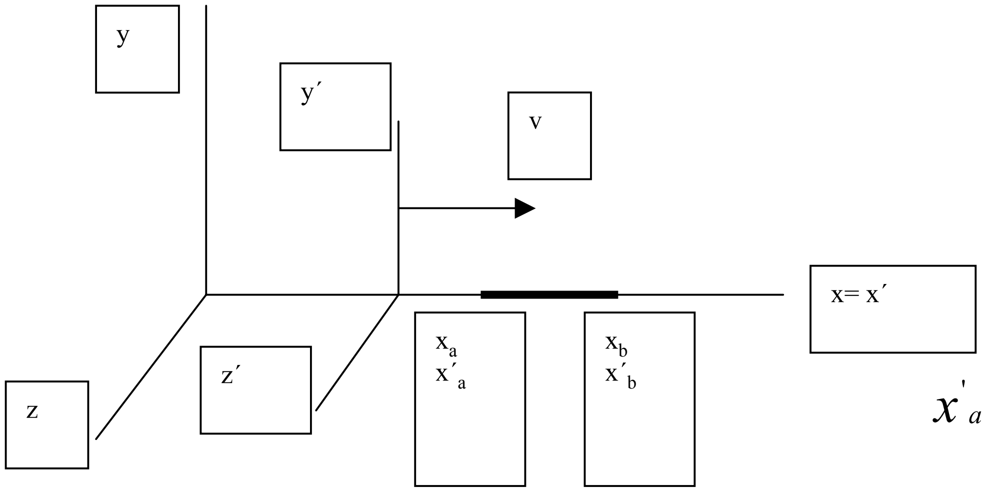
Desde la estación

C es unica pero finita, L es la misma =>cuando luz alcanza al hombre éste está corrido (en a; la luz recorre menor diatancia) y con la mujer a la inversa

Acontecimientos simultáneos para un observador no lo son para el otro; depende del estado de movimiento del observ.

CONTRACCIÓN DE LA LONGITUD

Longitud: distancia entre dos puntos. Si objeto está en reposo la posición de cada punto puede medirse en cualquier momento, pero si está en movimiento deben medirse simultáneamente



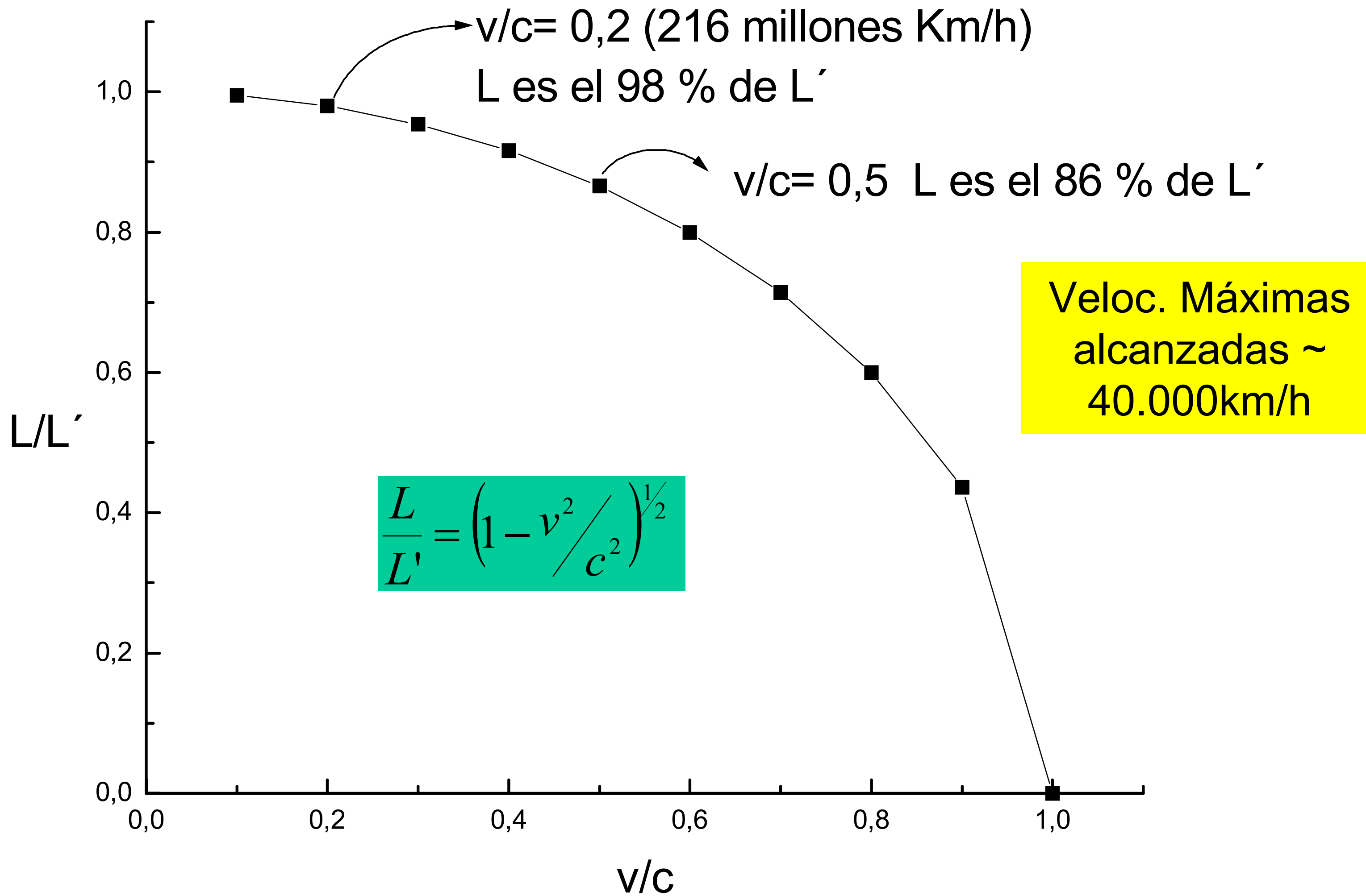
barra en reposo en O´; observador en O debe medir x_a y x_b en el mismo tiempo t

$$x'_a = \frac{x_a - vt}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}} \qquad x'_b = \frac{x_b - vt}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

$$x'_b - x'_a = \frac{x_b - x_a}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

L $<$ L' la longitud de un cuerpo parece más corta cuando el cuerpo está en movimiento relativo con respecto al observador que cuando está en reposo. En el límite de v $\rightarrow$ c, la longitud que mide el observador en O $\rightarrow$ 0. L´ se conoce como "longitud propia"

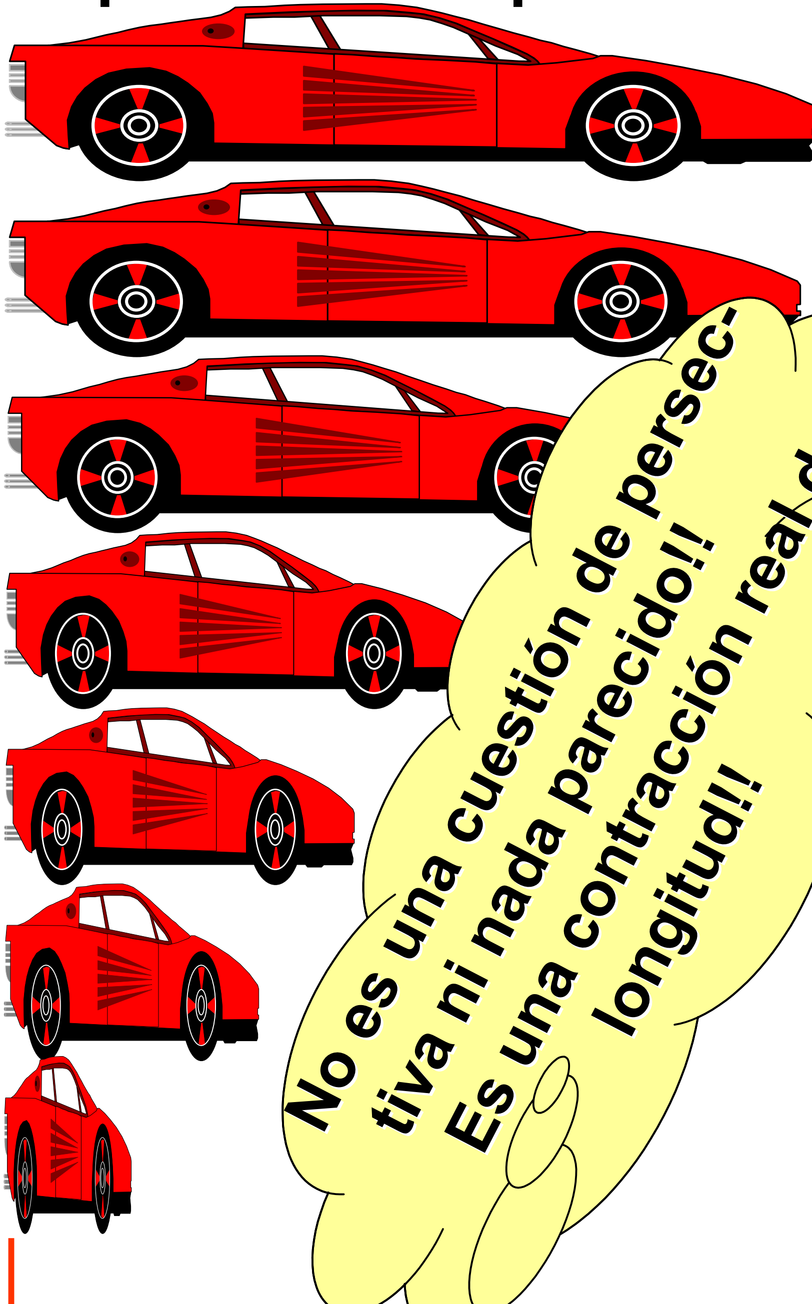
$$L = \left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2} L'$$



L’: ”Longitud propia”

Ejemplo: caso en que c = 100 Km/h

$$\frac{L}{L'} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$



No es una cuestión de persec-
tiva ni nada parecido!!
Es una contracción real de
longitud!!

V=0 Km/h, L / L’. 100 = 100 %

V=20 Km/h, L / L’. 100 = 98 %

V= 50 Km/h, L / L’. 100 = 86 %

V= 80 Km/h, L / L’. 100 = 60 %

V= 90 Km/h, L / L’. 100 = 43 %

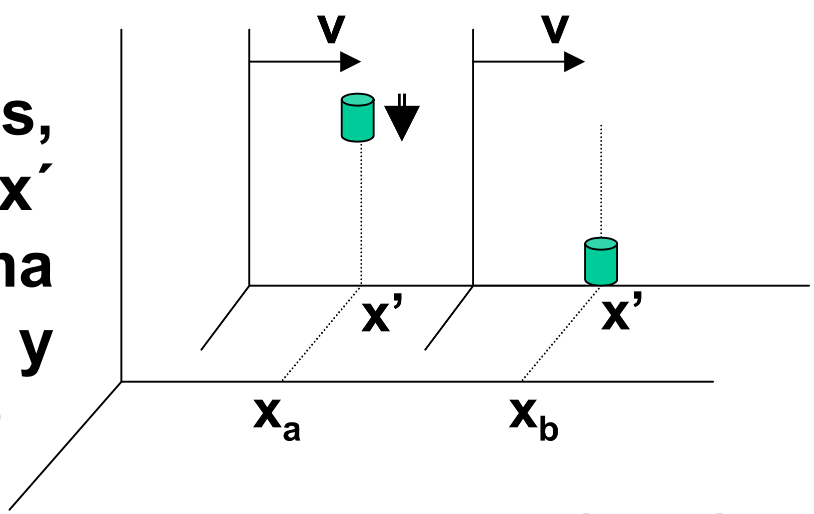
V= 95 Km/h, L / L’. 100 = 31 %

V= 99 Km/h, L / L’. 100 = 14 %

V= 100 Km/h, L / L’. 100 = 0 %

DILATACIÓN DEL TIEMPO

Intervalo: Δt entre dos eventos, que ocurren en un mismo punto x´ en tiempos t'_a y t'_b en el sistema O´ y en dos puntos diferentes x_a y x_b en tiempos t_a y t_b en sistema O



La transformación de Lorentz inversa se obtiene tomando la 1a y 4a de las ecuaciones de dicha transformación y resolviendo algebraicamente. Más intuitivamente, para el observador en O´ es como si el sistema O se estuviera moviendo con –v, por lo que solo hay que cambiar –v por v y (x,t) por (x´,t´)

$$x = \frac{x' + vt'}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}} \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \frac{t' + vx'/c^2}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

$$t_a = \frac{t'_a + vx'/c^2}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}} \qquad t_b = \frac{t'_b + vx'/c^2}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}} \qquad t_b - t_a = \frac{t'_b - t'_a}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

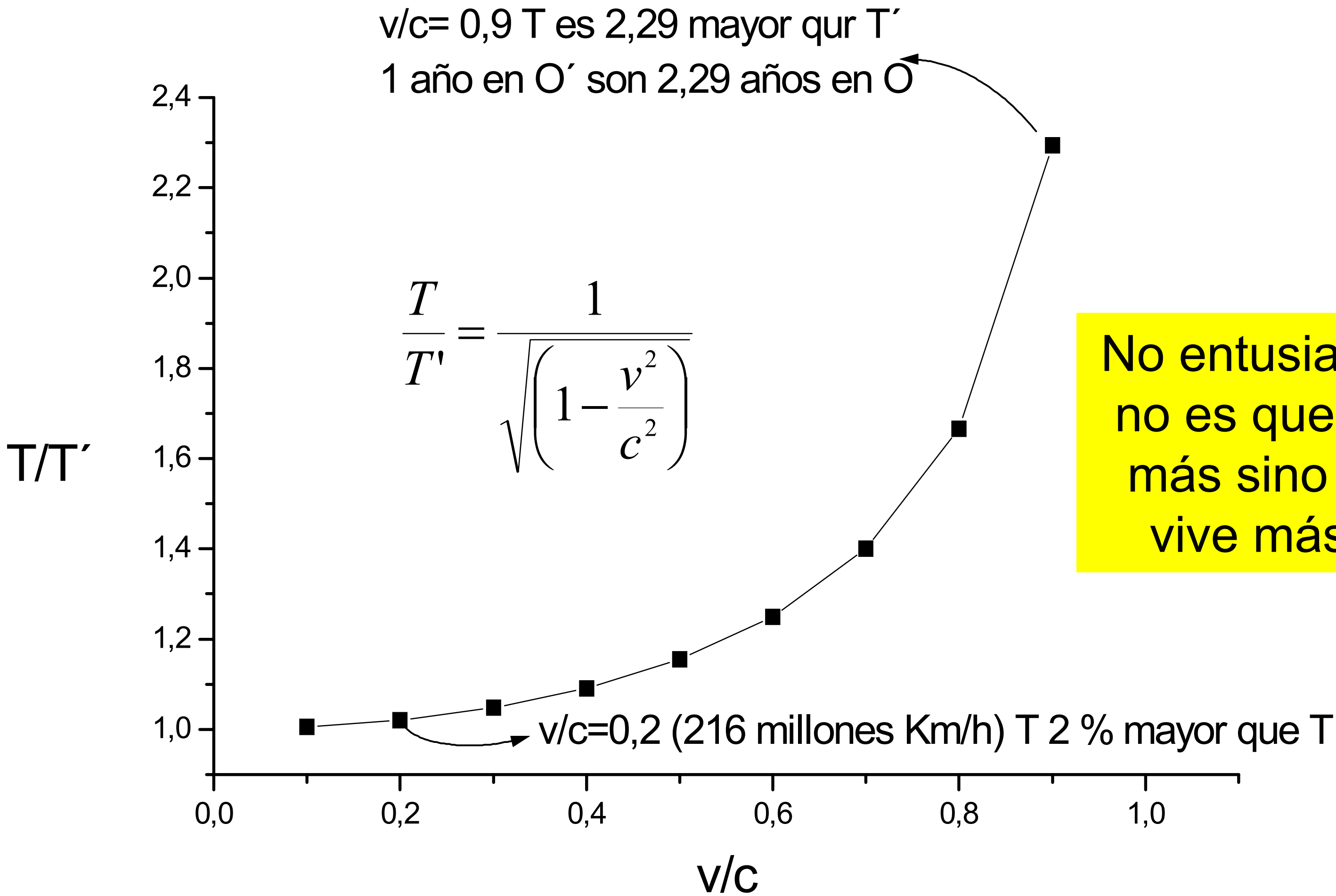
$$\boxed{T\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2} = T'}$$

dos sucesos parecen tardar más (el intervalo de tiempo entre ellos es más largo) cuando ocurren en un sistema que está en movimiento respecto al observador que cuando ocurren en un sistema que está en reposos respecto al observador

$$T\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = T'$$

T > T´,

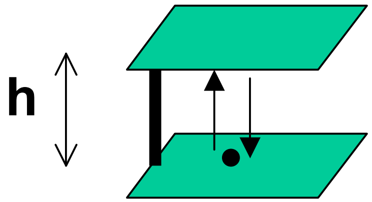
T’: “tiempo propio”



$$\frac{T}{T'} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

No entusiasmarse, no es que se vive más sino que se vive más lento

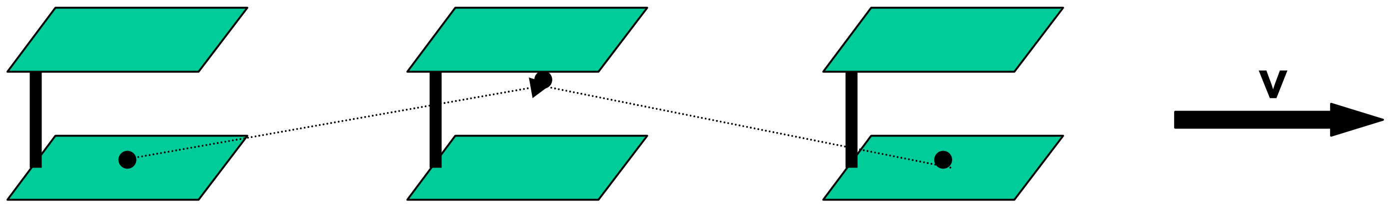
Otra forma de verlos, con un Reloj de Luz



Reloj en reposo, cada click es subir, reflejarse y volver

$$t_{est} = \frac{2h}{c}$$

Reloj en movimiento



$$2\sqrt{(v\,t_{mov}/2)^2 + h^2}\,/\,c = t_{mov} \Rightarrow 4\left(\frac{v^2 t_{mov}^2}{4}\right) + 4h^2 = c^2 t_{mov}^2$$

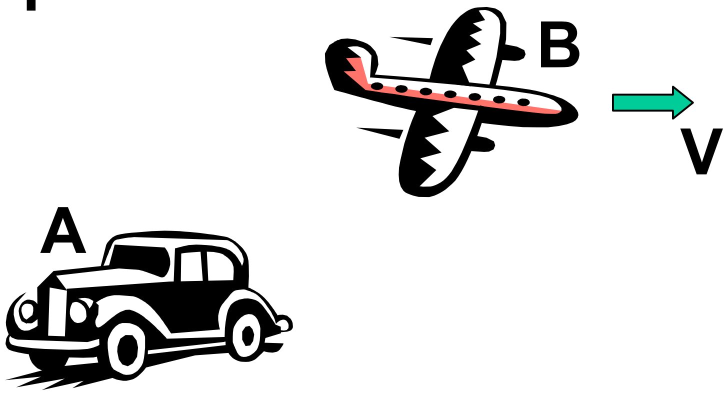
$$t_{mov}^2\left(c^2 - v^2\right) = 4h^2 \Rightarrow \quad t_{mov} = 2h\Big/\left(c^2 - v^2\right)^{1/2}$$

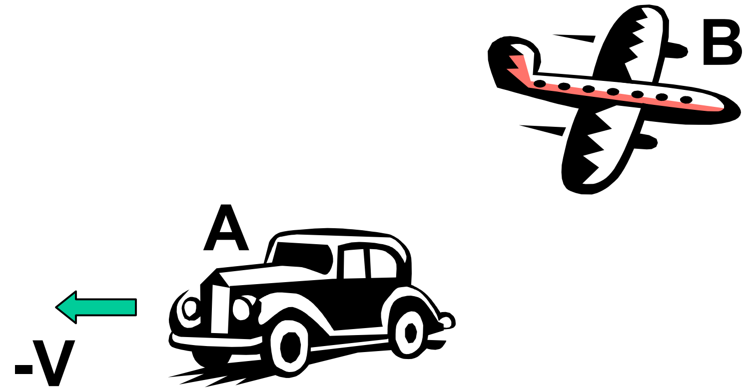
$$t_{mov}\left(c^2 - v^2\right)^{1/2} = t_{est}\,c \Rightarrow \quad t_{mov} = t_{est}\,/\sqrt{1 - \left(v^2/c^2\right)}$$

Ojo al comparar: t_{est} es el T' de antes (el t en el sistema que se mueve)

Observador en reposo ve reloj que se mueve más lento

Complicaciones





A ve que B se mueve y => que el reloj de B anda más lento

?

B ve que A se mueve y => que el reloj de A anda más lento

Para definirlo uno tiene que alcanzar al otro a fin de cotejar relojes => a y cambia todo (el que acelera no puede decir que está en reposo)

Otra forma: por alguna señal: cuando se cruzan sincronizan relojes y a la hora mandan señal (que viaja a c). Cuando se calcula, el que recibe la señal ve que el reloj del otro atrasa

Ambos tienen razón

Ejemplo de la vida real

Avión moderno viajando entre dos ciudades a 4800 Km (SF-NY, M-M)

v= 1080 Km/h= 300 m/s

Desde Tierra: intervalo entre salida de un punto y llegada a otro en dos tiempos distintos, o sea T de

$$T\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = T'$$

$$T = \frac{4{,}8\,10^6\ m}{300\ m/s} = 1{,}6\,.10^4\ seg \quad (aprox.\ 4{,}5\ hs)$$

Desde el avión: las dos ciudades "pasan" debajo en el mismo punto del sistema de referencia (avión), y el intervlo de tiempo es un tiempo propio dado por

$$T' = T\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} = 1{,}6\,.10^4\sqrt{\left(1-\frac{300^2}{\left(3.10^8\right)^2}\right)} = 1{,}6.10^4\left(1-0{,}5.10^{-12}\right) seg$$

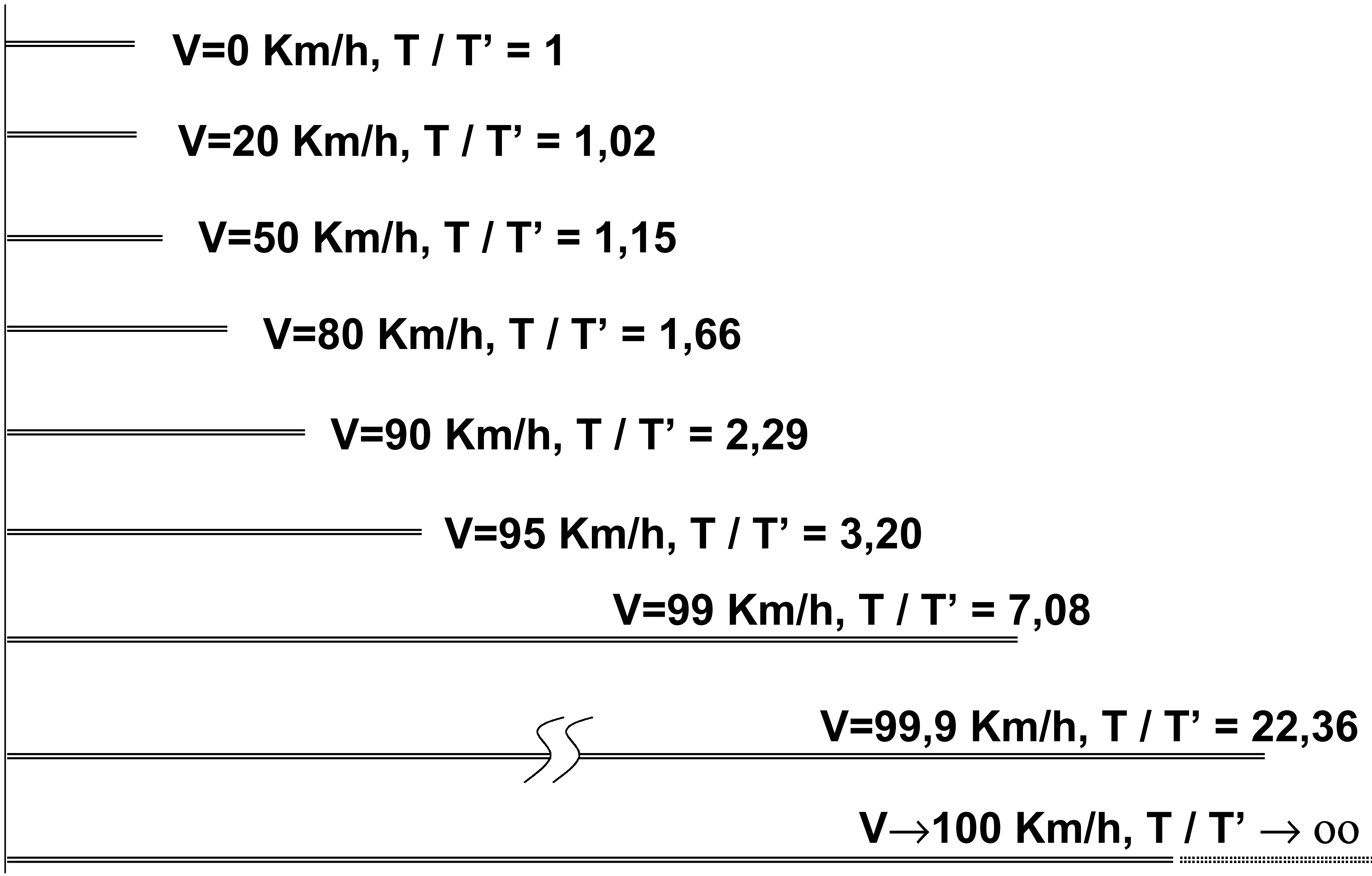
Tiempo propio es menor que el medido en tierra en menos de una parte en 10^{12}!!

Efectos relativistas son in-detectables en la vida diaria

Relojes atómicos (Cs) tienen precisión de 10^{13}. Usados para medir efectos relativistas en aviones comunes

Ejemplo: caso en que c = 100 Km/h

Evento: caída de un objeto



Verificación experimental de la contracción de longitud y dilatación del tiempo (una de tantas)

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Muón: m= 207m_e, τ= 1,5 10^{-6} s [Si N muones, en τ quedan N/2 y en nτ N$(1/2)^n$]. Colisiónes de rayos cósmicos en la atmósfera, a h= 60 Km, producen muones, que inciden sobre la Tierra con v= 0,999c= 2,9949 10^8 m/s. Para un observador terrestre el tiempo que tardan en llegar a la superficie es de

$$t = \frac{6*10^4 \ m}{2{,}9949*10^8 \ m/s} \cong 2*10^{-4} \ s$$ = 133 τ => N$(1/2)^{133}$ muones a N.M. **FALSO**

Explicación relativista. El tiempo propio, o sea el tiempo que tardan los muones en cruzar la atmósfera medido en un sistema que viaja con ellos es

$$t' = t\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = 2*10^{-4} \ s \left(1 - 0{,}999^2\right)^{1/2} = 9*10^{-6} \ s$$ = 6 τ => N$(1/2)^6$=N / 64 muones a N.M. **CIERTO**

Otra forma de verlo: respecto al sistema de referencia de los muones, la Tierra se mueve hacia ellos a v=0,999c, por lo que la distancia entre la parte superior de la atmósfera y la Tierra sufre una contracción de longitud dado por

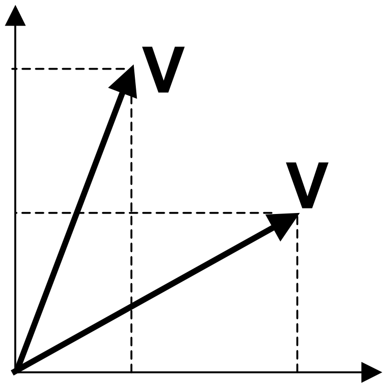
$$L_{muon} = L\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = 6*10^4\left(1 - 0{,}999^2\right)^{1/2} = 2682 \ m \qquad t' = \frac{2682 \ m}{2{,}9949*10^8 \ m/s} = 9*10^{-6} \ s$$

= 6 τ

ESPACIO-TIEMPO

Einstein: nos movemos en un mundo de 4 dimensiones, 3 espaciales y 1 temporal (necesitamos 4 datos para una ubicación completa: 3 coordenadas espaciales y el tiempo)

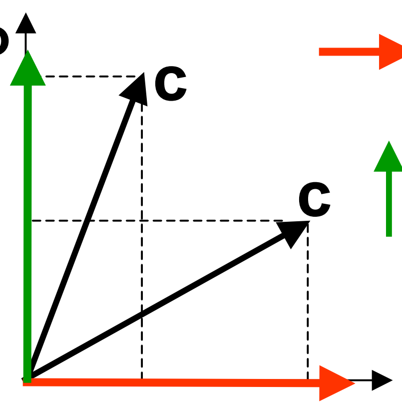
En E^3



En 2 (ó 3) dimensiones espaciales, una velocidad fija V se "reparte" en las 2 dimensiones según la dirección que tenga

Einstein: En el espacio-tiempo todos lo objetos se mueven a la misma velocidad, la velocidad de la luz

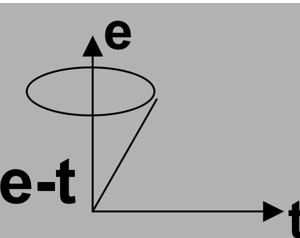
En E^4 idem



mov. en dimensión <u>t</u>, pero quieto en <u>e</u>

mov. en espacio a c (máxima velocidad espacial), el t no transcurre

Zona prohibida en e-t



MOMENTO RELATIVISTA

Clásicamente $\Delta p= m.\Delta v= 0$ en las colisiones. Idem desde O' usando TG.

Pero con TL esto no ocurre => no se conserva el impulso o no vale la expresión anterior de impulso ($p=m.v$)

PR: todas las leyes de la naturaleza deben ser las mismas para todos los observadores inerciales (sistemas equivalentes ya que no existe un referencial absoluto).

O sea el impulso debe conservarse en todos los sistemas inerciales

Pero *c* es cte para todos los observadores en movimiento relativo constante => estos deben correlacionar sus observaciones mediante las TL. Así, <u>todas las magnitudes físicas deben transformarse de un sistema a otro mediante las TL de forma tal que la expresión de las leyes de la física sea la misma para todos los observadores inerciales</u>.

O sea, el impulso debe conservarse en todos los sistemas en movimiento relativo constante, para lo cual <u>hay que modificar su expresión para que ello ocurra</u>

experimentalmente $F = \dfrac{dp}{dt} \quad \Rightarrow \quad \Delta p = \int F\, dt$

Se pueden ejercer fuerzas sobre partículas en movimiento rápido (para partículas lentas, resultados clásicos) mediante campos eléctricos y magnéticos e integrarlas en intervalos de tiempo obteniendo valores del impulso.

Tales medidas indican que

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

m_0: masa medida en sistema en que esta se encuentra en reposo

Se puede pensar entonces que en el sistema O, respecto al cual la partícula se está moviendo con velocidad v (el sistema O´ estaría montado sobre la partícula) la masa de la partícula ya no es m_0 sino

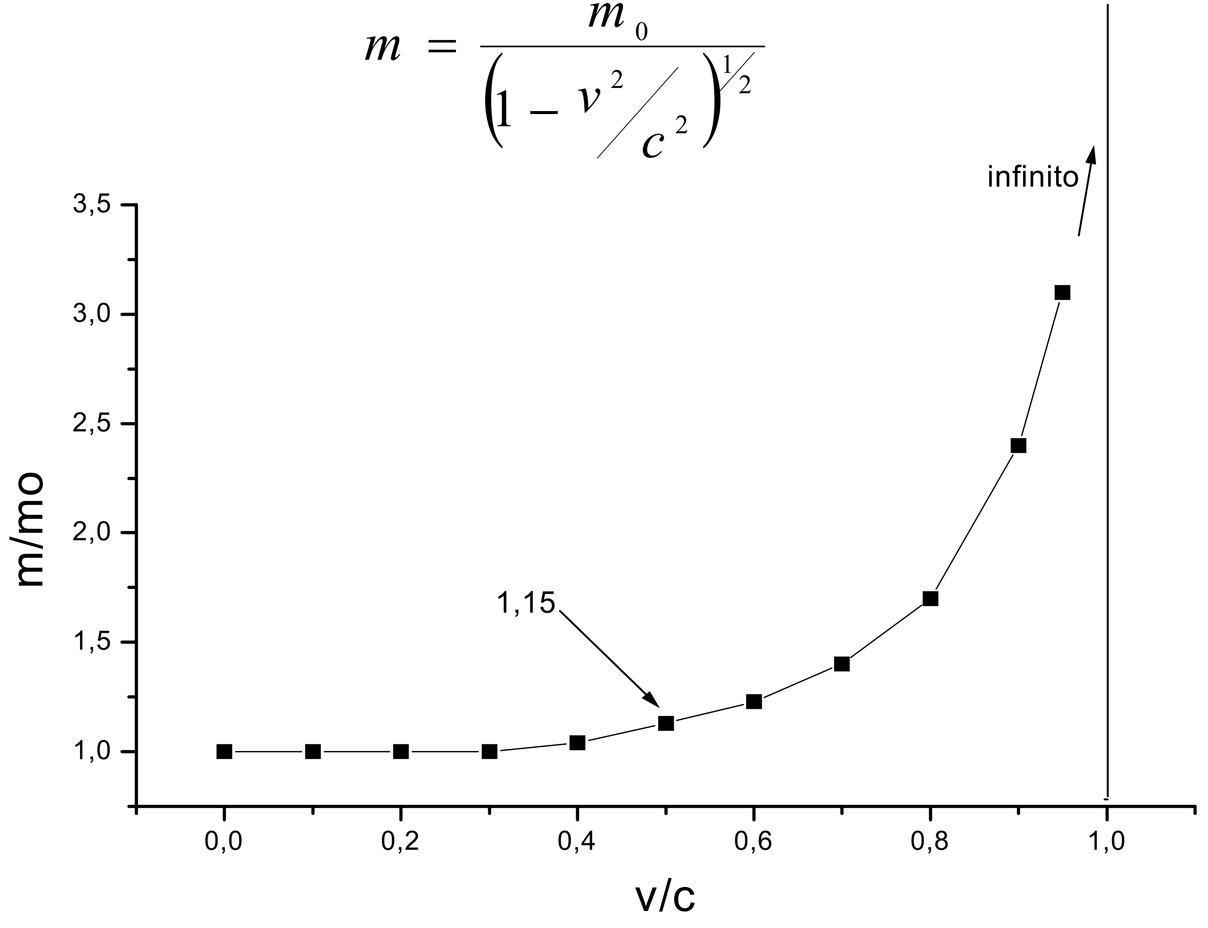
$$m = \frac{m_0}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\sum_i \vec{p}_{inicial} = \sum_i \vec{p}_{final}$$

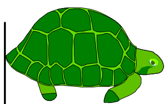
En resumen, la masa de los cuerpos medidas por un observador respecto al cual estos están en movimiento depende de la velocidad de esos cuerpos!.

$$m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

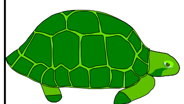


Ejemplo: caso en que c = 100 Km/h

Evento: un objeto a ≠ velocidades

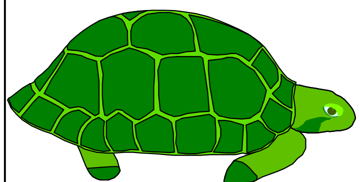


V=0, m/m'= 1

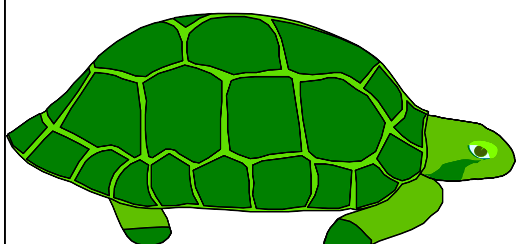


V=50 Km/h, m/m'= 1,15

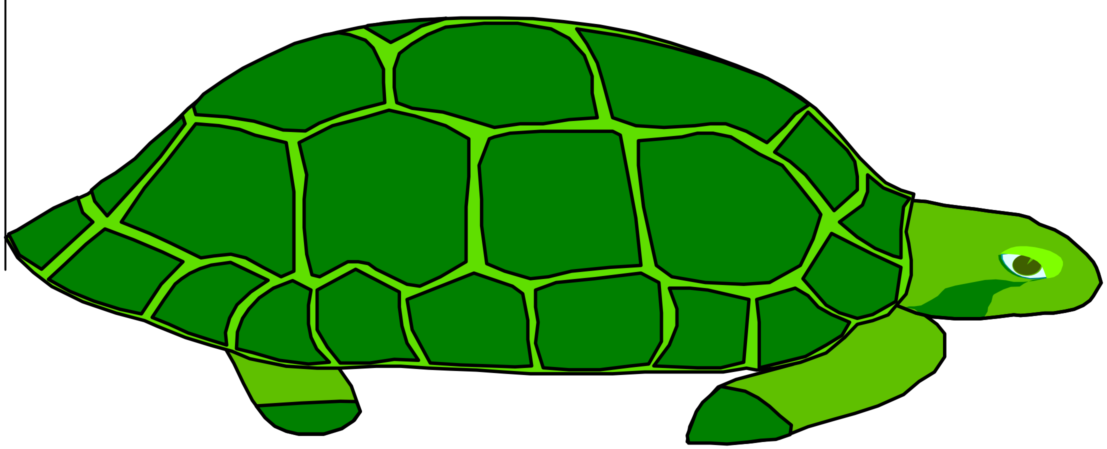
Ojo: en estos dibujos el aumento de tamaño indica aumento de masa



V=90 Km/h, m/m'= 2,29

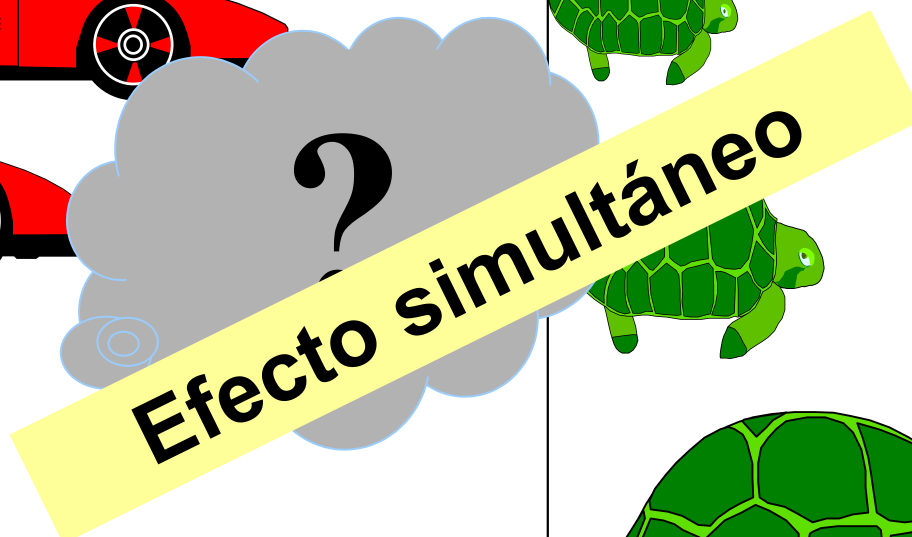


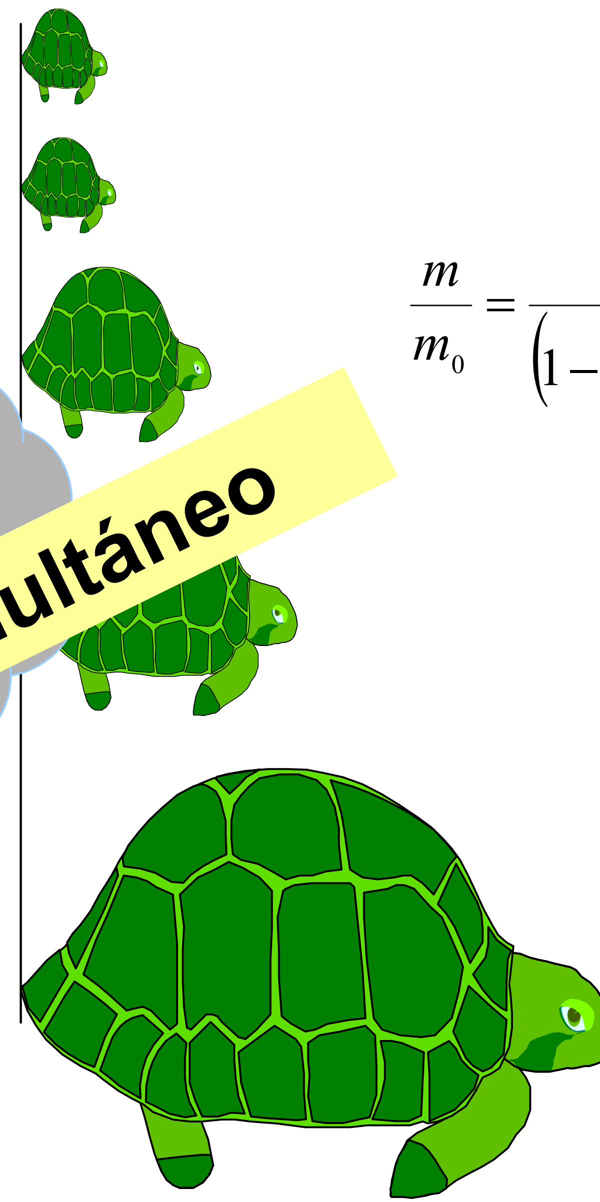
V=95 Km/h, m/m'= 3,20



V=99 Km/h, m/m'= 7,09

Ejemplo: caso en que c = 100 Km/h





$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

$$\frac{L}{L'} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

FUERZA

En la mecánica clásica $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt}$

La primera parte sigue valiendo en la mecánica relativista pero no así la segunda

Si el movimiento es rectilíneo

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}\right) = m_0 \frac{(1-v^2/c^2)^{1/2} - v\frac{1}{2}(1-v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}(-2v/c^2)}{(1-v^2/c^2)} \frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{m_0}{(1-v^2/c^2)^{3/2}} \frac{dv}{dt} \qquad \frac{dv}{dt} = a_T$$

$$\boxed{F_T = \frac{m_0}{(1-v^2/c^2)^{3/2}} a_T}$$

Pero si el movimiento es circular uniforme, la velocidad permanece constante en magnitud pero no en dirección, y ahora

$$\vec{F} = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \frac{v^2}{R} \qquad \frac{dv}{dt} = a_T = \frac{v^2}{R}$$

En resumen

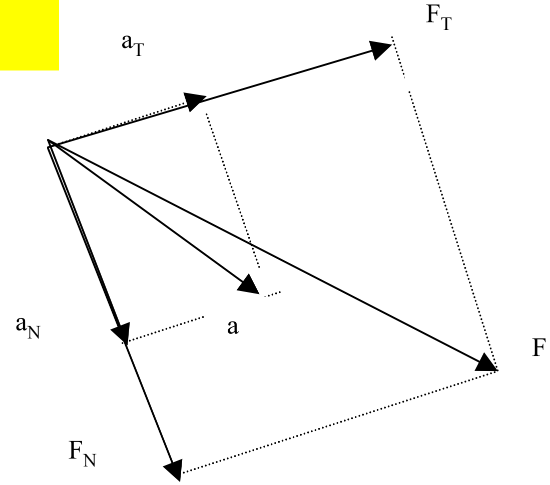
$$F_N = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} a_N$$

$$F_T = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} a_T$$

$$\vec{F} \neq m\vec{a}$$

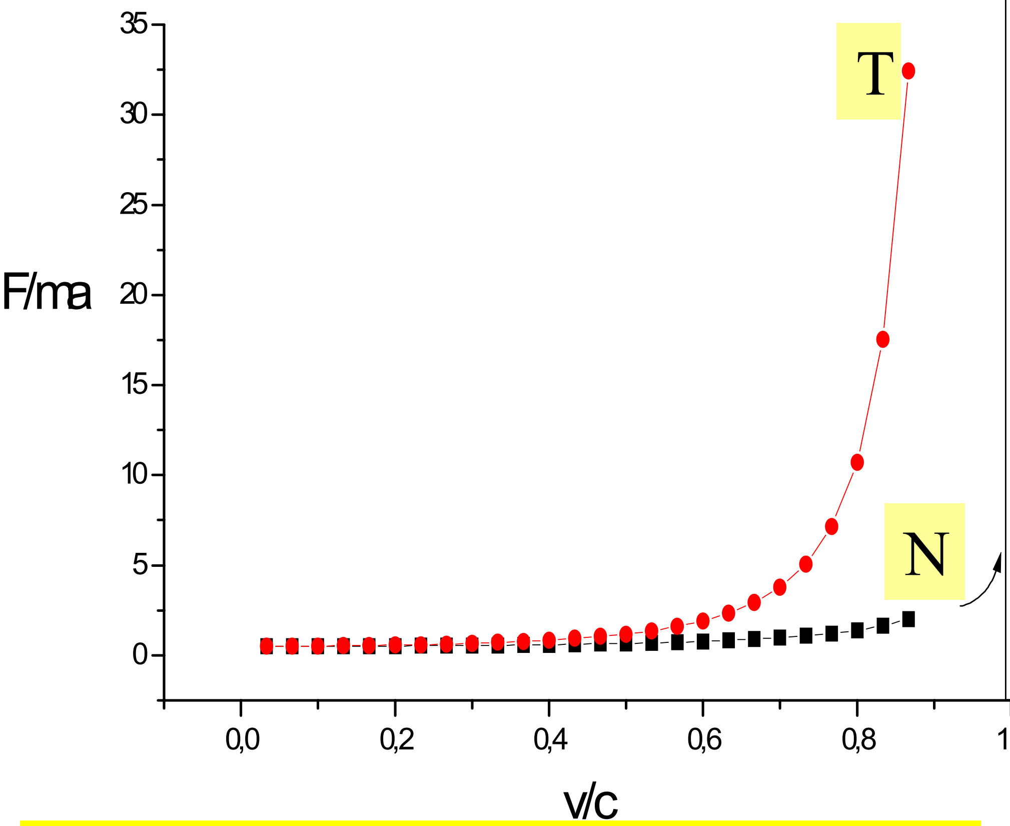
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

F ya no es paralela a la aceleración porque los coeficientes que multiplican a_T y a_N son distintos



Relación entre fuerza y aceleración normal y tangencial para diferentes velocidades de la partícula

v/c	$F_N/m_0.a_N$	$F_T/m_0.a_T$
0,1	1,00504	1,01519
0,2	1,02062	1,06315
0,3	1,04828	1,15196
0,4	1,09109	1,29892
0,5	1,15470	1,53960
0,6	1,25000	1,95312
0,7	1,40028	2,74565
0,8	1,66667	4,62963
0,9	2,29416	12,07451
0,95	3,20256	32,84680
0,99	7,08881	356,22171



A medida que aumenta la velocidad respecto al observador se hace mucho más difícil aumentar su módulo que cambiar la dirección

ENERGÍA

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad Ec = \int F_T\, ds = \int \frac{dp}{dt}\, ds = \int v\, dp \qquad Ec = v\, p - \int p\, dv$$

usando la expresión relativista del impulso y resolviendo la integral con la sustitución x=v²/c²

$$Ec = \frac{m_0\, v^2}{\left(1 - {v^2}/{c^2}\right)^{1/2}} - \int_0^v \frac{m_0\, v}{\left(1 - {v^2}/{c^2}\right)^{1/2}}\, dv = \frac{m_0\, v^2}{\left(1 - {v^2}/{c^2}\right)^{1/2}} + m_0\, c^2 \left(1 - {v^2}/{c^2}\right)^{1/2} - m_0\, c^2$$

$$Ec = \frac{m_0\, v^2 + m_0\, c^2 \left(1 - {v^2}/{c^2}\right)}{\left(1 - {v^2}/{c^2}\right)^{1/2}} - m_0\, c^2 = \frac{m_0\, c^2}{\left(1 - {v^2}/{c^2}\right)^{1/2}} - m_0\, c^2 = m\, c^2 - m_0\, c^2$$

$$E_T = m\, c^2 = Ec + m_0\, c^2$$

E_T: energía total (máximo que se puede extraer) m_0c^2 energía en reposo. E_T incluye la energía en reposo y la energía cinética, pero no algún tipo de energía potencial.

Esto sugiere que podemos asociar a cualquier cambio de masa Δm un cambio de energía ΔE= Δm c²

Cuando Einstein llegó a esta conclusión se mostró muy cauteloso y sugirió diversos experimentos para corroborarla. Hoy en día está totalmente verificada (energía nuclear)

Contradicción?

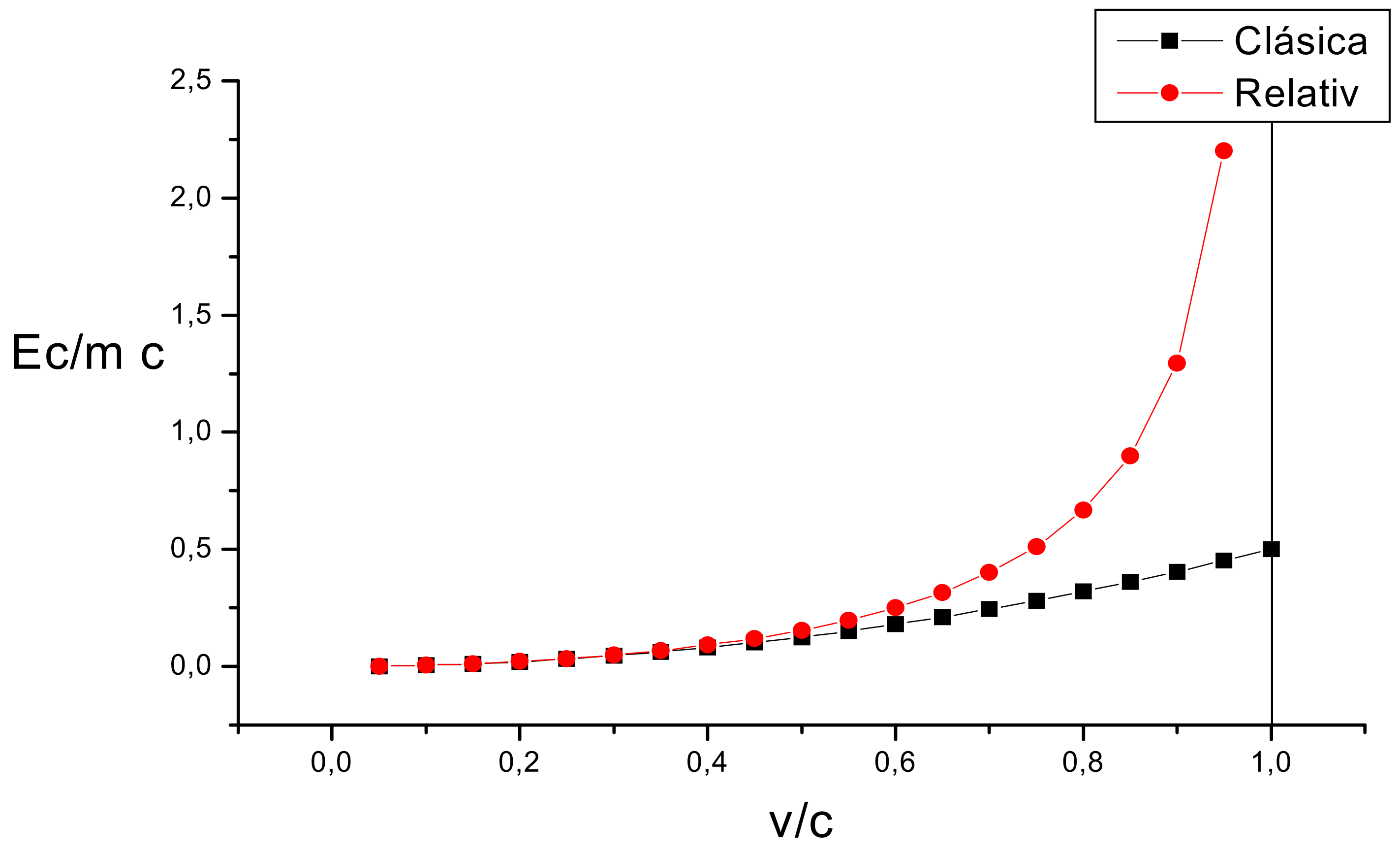
Clásicamente $$Ec = \frac{1}{2} m v^2$$

Ahora $$Ec = \frac{m_0 c^2}{\left(1 - v^2 / c^2\right)^{1/2}} - m_0 c^2$$

No, pues para pequeños valores de v/c esta última expresión se puede desarrollar en serie de potencias de x=v/c

$$f(x) = f(0) + f'(0)\, x + \frac{f''(0)}{2!} x + \frac{f'''(0)}{3!} x^2 + \dots$$

$$Ec = m_0 c^2 \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3 v^4}{8 c^4} + \dots \right) = \frac{1}{2} m_0 v^2 +$$ **términos de alto orden en v/c, <u>despreciables para bajas v</u>**


Clásica
Relativ
Ec/m c
v/c
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
0,0
0,0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0