

## RESOLVER UN PROBLEMA QUE TRAE MUCHOS PROBLEMAS: LEY DE FARADAY

Adán Levy, Darío Pérez Principi y Liliana I. Perez\*

Departamento de Física. Facultad de Ingeniería.

Universidad de Buenos Aires

Paseo Colón 850 – Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Teléfono: 11- 4343-1418, Email: adan\_levy@yahoo.com.ar

### RESUMEN

Uno de los temas más conflictivos de la materia de grado básica Electricidad y Magnetismo es, sin duda alguna, la Ley de Faraday. En este trabajo proponemos resolver un problema que forma parte de la Guía de Trabajos Prácticos de la Materia Física II A y B de nuestro Departamento considerando dos sistemas inerciales de referencia. Estimamos que esta manera de abordar el problema ayuda no sólo al concepto de fem inducida sino también a la aplicación de conocimientos de Análisis Matemático.

### ABSTRACT

One of the most conflictive subjects in the undergraduate basic course Electricity and Magnetism is, undoubtedly, Faraday's Law of Induction. In this paper we propose how to solve a problem that is included in the Problem Practice Guide of the course "Physics II A and B" of our Department, considering two inertial reference systems. We think that this way helps not only understand the induced emf concept but also the application of Analysis knowledge.

### LA FEM INDUCIDA Y LA LEY DE FARADAY

Cuando se plantean problemas donde se pide hallar la fem inducida, se suele dividir su resolución en dos situaciones distinguibles (Purcell, 1969; Landau, 1975; Fishbane, 1993; Sears, 1999; Tipler, 2004). Si el campo magnético no varía con el tiempo, pero un circuito (abierto o cerrado<sup>1</sup>) se mueve en la zona donde éste existe, se habla de "fem de movimiento" o "fem por movimiento" (circuito móvil y campo estático). Si el campo magnético varía con el tiempo se habla, simplemente, de Ley de Faraday (circuito estacionario y campo variable en

---

\* Sr. Adán Levy. Ayudante de segunda del Dpto. de Física y estudiante de 6° año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires.

Sr. Darío Pérez Principi. Colaborador (ad-honorem) del Dpto. de Física y estudiante de 4° año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires.

Dra. Liliana Inés Perez. Profesional Principal del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Jefe de Trabajos Prácticos del Dpto. de Física y Profesora Adjunta de la Maestría en Optoelectrónica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires.

<sup>1</sup> En el caso en que el circuito sea cerrado y se mueva en un campo estacionario, para que se induzca una fem de movimiento, el campo magnético debe ser necesariamente no uniforme.

el tiempo). En los dos casos, se suele determinar la fem inducida a partir de la “regla del flujo”<sup>2</sup>

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1)$$

que proviene de una parte de la generalización que Maxwell le dio a la Ley de Faraday, haciendo un razonamiento matemático sencillo y físicamente sutil. Para Maxwell la Ley debía ser una propiedad de los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  que no tenía nada que ver con la presencia o ausencia del circuito por el que se mide la corriente. Es decir, Maxwell se liberó del circuito real. Cuando se estudia la fem en movimiento, en general, se justifica su existencia a través de la Ley de Lorentz (por ejemplo, en el disco de Faraday o en la barra que se mueve en una zona de campo magnético uniforme y constante)

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

Por otra parte, suele darse otra “fórmula” para resolver los problemas (Dubroff, 1997) separando los casos de fem en movimiento y fem producida por variación temporal del campo magnético

$$\varepsilon = - \iint_{S(C)} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \oint_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \quad (3)$$

Planteamos aquí un problema donde se pide calcular la fem inducida en una espira rígida, cerrada y no conductora que se mueve en un campo magnético no-uniforme que varía en el tiempo. Mostramos cómo se puede resolver a partir de la ecuación 1 y de la ecuación 3 tomando dos sistemas inerciales de referencia, uno de los cuales es solidario a la fuente de campo magnético y otro solidario a la espira en movimiento respecto del sistema del “Laboratorio”. Analizamos, como situación particular, el caso en que el campo magnético no varíe en el tiempo.

### “LAS DOS FÓRMULAS” PARA CALCULAR LA FEM

Analizaremos en primer lugar la validez de la ecuación 3. Se observa experimentalmente que la fem inducida en un circuito A por otro circuito B en el cual circula una corriente estacionaria, es la misma si se mueve A quedando B fija que si se mueve B con respecto a A con el mismo movimiento relativo (Jackson, 1972). Es decir la fem tiene el mismo valor en ambos sistemas de coordenadas (se dice que la fem es invariante). Esto es válido cuando las velocidades relativas son constantes y pequeñas con respecto a la velocidad de la luz. Es decir, los fenómenos físicos son idénticos al ser vistos por dos observadores que se mueven

---

<sup>2</sup>No obstante, la utilización permanente de la “regla del flujo” para resolver situaciones clásicas en la bibliografía, la regla sigue siendo motivo de estudios y controversias (Feynman, 1970; Giuliani, 2000)

uno respecto al otro con una velocidad  $\mathbf{v}$  constante, y las coordenadas espaciales y temporales de ambos observadores están relacionadas por la transformación de Galileo<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}' &= \mathbf{r} + \mathbf{v}t \\ t' &= t\end{aligned}\quad (4)$$

Por otra parte, la derivada total y la derivada parcial de un vector respecto al tiempo de una función vectorial  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(x, y, z, t)$  donde las variables  $x, y, z$  son también funciones del tiempo, están ligadas por la expresión

$$\frac{d\mathbf{G}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{G}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{G} \quad (5)$$

donde llamamos  $\mathbf{v}$  al vector velocidad que está dado por  $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$  (Santaló, 1968).

La ecuación 5 puede ser escrita de otra manera a partir de la identidad vectorial

$$\nabla \times (\mathbf{G} \times \mathbf{v}) = \mathbf{G}(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{G}) + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{G} - (\mathbf{G} \cdot \nabla)\mathbf{v} \quad (6)$$

El primer y cuarto término del segundo miembro son nulos porque consideramos que la velocidad es uniforme (no varía ni punto a punto en el espacio ni varía en el tiempo). En consecuencia

$$\nabla \times (\mathbf{G} \times \mathbf{v}) = -\mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{G}) + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{G} \quad (7)$$

Aplicando la ecuación (5) a la ecuación (1) se obtiene

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\iint_S \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} - \iint_S (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (8)$$

Reemplazando la ecuación (7) en la ecuación (8) y teniendo en cuenta que no se han encontrado fuentes de campo magnético, es decir,  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  (campo solenoidal) se llega a

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\iint_S \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} - \iint_S \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S} \quad (9)$$

<sup>3</sup> La invarianza de Galileo no es válida estrictamente. Sin embargo, las correcciones relativistas son de segundo orden en  $v/c$  y la transformación de Galileo resulta totalmente aceptable para problemas macroscópicos.

Aplicando el teorema de Stokes al segundo término del miembro derecho y considerando que la superficie de integración  $S$  delimitada por la curva  $C$  no varía en el tiempo, se obtiene

$$\varepsilon = - \iint_{S(C)} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \oint_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \quad (10)$$

es decir, la ecuación 3. Así, esta ecuación es válida para “circuitos” rígidos que se mueven a bajas velocidades respecto de la velocidad de la luz de forma tal que las transformaciones de Galileo se puedan considerar válidas. Se interpreta, entonces, que el flujo magnético a través de un circuito  $C$  puede variar a causa de que el campo  $\mathbf{B}$  cambie en un punto al transcurrir el tiempo o porque el circuito se traslada con velocidad constante.

### El problema propuesto

**Calcular la fem inducida en un circuito no conductor rectangular indeformable de lados  $a$  y  $b$  (figura 1) que se aleja (a una velocidad  $v$  constante) de un cable muy largo por el que circula una corriente variable en el tiempo  $I(t)$ . El cable y el circuito son coplanarios. Discutir la polaridad de la fem si se sabe que la corriente aumenta al transcurrir el tiempo.**

Consideraciones a discutir:

1. ¿Debe ser la velocidad del circuito mucho menor que la velocidad de la luz?
2. ¿Hay una única forma de resolverlo? Veremos en el desarrollo de este artículo que existen distintas formas de resolver el problema.
3. ¿Por qué se pide que el circuito sea no conductor? Esta pregunta lleva a considerar la existencia de una corriente inducida en el circuito si éste es conductor. Y en ese caso, cómo afectaría a la corriente  $I(t)$  que circula por el cable muy largo. En este problema, consideramos que el cable está “forzado” a transportar esa corriente.

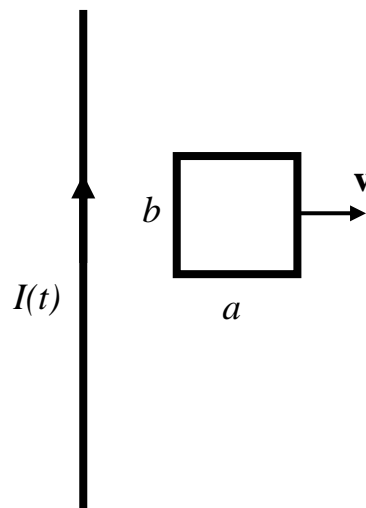


Figura 1: Esquema del problema propuesto

4. ¿Cómo cambiaría el problema si la velocidad tuviera una componente paralela al cable? No cambiaría el resultado ya que ese aporte de la componente de velocidad paralela al cable infinito no conduciría a una variación en el flujo concatenado por la espira.
5. Si la espira es conductora, ¿por qué no interviene la velocidad de las cargas correspondiente a la corriente inducida en el segundo término del miembro derecho de la ecuación 3? En general, al resolver esta clase de problemas los alumnos interpretan que la velocidad es la del conductor que se mueve y no de las cargas contenidas en este. Sucede que en todos los problemas planteados en la bibliografía clásica, la componente de la velocidad que aportan las cargas en movimiento dentro del conductor se cancelan en la ecuación 3 ya que son paralelas a  $d\mathbf{l}$ .

Las últimas tres preguntas están pensadas para discutir una vez resuelto el problema propuesto.

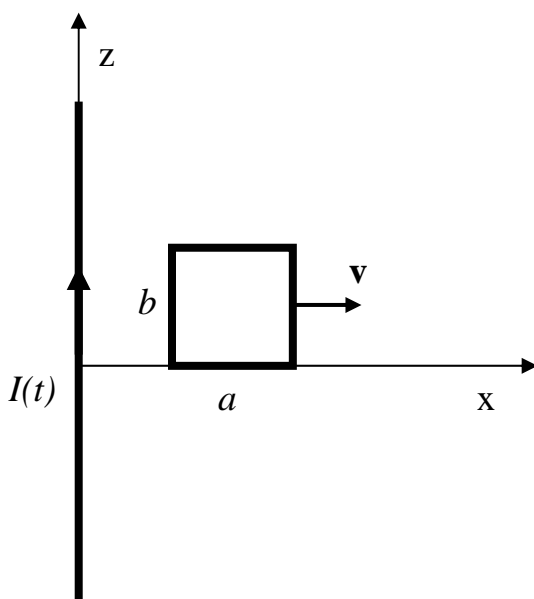
Como primer paso, se recordará la expresión del campo generado por un conductor rígido por el que circula una corriente  $I$  a partir de la Ley de Ampere sin considerar el término de corriente de desplazamiento. Se podrá discutir, si no se hizo en otra ocasión, su validez cuando la corriente depende del tiempo. El sistema de coordenadas elegido corresponde al de la figura 2. Expresado en componentes y coordenadas cilíndricas  $\rho, \varphi, z$ , el campo generado por el cable en todo el espacio está dado por

$$\mathbf{B}(\rho, \varphi, z, t) = \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \frac{1}{\rho} \tilde{e}_\varphi \quad (11)$$

Consideramos que es conveniente resolver este problema desde dos sistemas de coordenadas. El sistema  $S$  solidario al cable (sistema Cable o Laboratorio) y el sistema  $S'$  (sistema Circuito) solidario al circuito. Debido a la geometría del problema, la coordenada  $\varphi$  está identificada con la coordenada  $x$  mientras que el versor  $\tilde{e}_\varphi$  corresponde al versor cartesiano  $\tilde{e}_y$ . En el primero de los sistemas de referencia, se puede calcular la fem tanto a partir de la ecuación 1 como de la ecuación 3, mientras que desde  $S'$  es más sencillo calcularlo a partir de la ecuación 3.

### Sistema de referencia solidario al cable por el que circula corriente

El cálculo de la fem inducida desde este sistema de referencia tiene la dificultad de la determinación de los límites de integración, y sobre todo poder distinguir las diferencias entre los límites a utilizar cuando el cálculo se hace a partir de la derivada total del flujo (ecuación 1) o a partir de su descomposición en dos términos (ecuación 3). Como el movimiento se produce en el plano  $xz$ , la coordenada  $\rho$  corresponderá a la coordenada  $x$  y la coordenada  $\varphi$  a la coordenada cartesiana  $y$ . En consecuencia, en el plano  $xz$  el campo magnético está dado por



$$\mathbf{B}(x, t) = \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \frac{1}{x} \tilde{e}_y$$

y la velocidad de la espira  $\mathbf{v} = v \tilde{e}_x$ .

### Cálculo a partir de la derivada total temporal del flujo concatenado

Para el cálculo de la fem desde el sistema solidario al cable por el que circula una corriente  $I(t)$  se plantea el flujo a través de una superficie delimitada por la espira, teniendo en cuenta la dependencia temporal

Figura 2: Sistema de coordenadas  $S$  solidario al cable. El eje  $y$  es entrante (terna derecha)

del vector campo magnético a través de la corriente y de la posición de la espira

$$\Phi(t) = \iint_{\text{espira}} \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{S} \quad (13)$$

Al ser la velocidad de la espira constante, y suponiendo que en  $t=0$  es  $x=x_0$ , la espira estará delimitada al tiempo  $t$  por

$$x(t) = \begin{cases} x_0 + vt \\ x_0 + a + vt \end{cases} \quad z(t) = \begin{cases} 0 \\ b \end{cases} \quad (14)$$

Eligiendo como superficie al rectángulo delimitado por la espira, la normal a la superficie en la dirección  $\tilde{e}_y$ , el flujo magnético resulta

$$\Phi(t) = \int_0^b dz \int_{x_0+vt}^{x_0+a+vt} \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} b \ln\left(\frac{x_0+a+vt}{x_0+vt}\right) \quad (15)$$

A partir de las ecuaciones 1 y 15, la fuerza electromotriz inducida en la espira, resulta

$$\varepsilon(t) = -\frac{\mu_0 b}{2\pi} \left( \frac{dI(t)}{dt} \ln\left(\frac{x_0+a+vt}{x_0+vt}\right) + I(t) v \left( \frac{1}{x_0+a+vt} - \frac{1}{x_0+vt} \right) \right) \quad (16)$$

### **Cálculo a partir de la derivada temporal parcial del flujo concatenado y del movimiento de la espira**

Cuando se calcula el flujo a través de la ecuación 3, la fuerza electromotriz inducida puede pensarse como suma de dos fems: una debida a la variación temporal del campo magnético relacionada con un campo eléctrico inducido no conservativo a través de la Ley de Faraday  $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t$ , y otra fem relacionada con el acomodamiento de cargas en la espira debido a las fuerzas (fuerza de Lorentz dada por la ecuación 2) que ellas sufren cuando la espira cerrada está en movimiento en un campo magnético no uniforme:

$$\varepsilon = - \iint_{\substack{\text{sup de la} \\ \text{espira}}} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{\text{espira}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \varepsilon_F + \varepsilon_M \quad (17)$$

donde elegiremos como superficie de integración el rectángulo delimitado por la espira. Como se eligió como normal a la superficie de integración la dirección  $\tilde{e}_y$ , el diferencial de arco  $d\mathbf{l}$  que le corresponde tendrá sentido horario, según el esquema de la figura 2. En consecuencia

$$\begin{aligned} \varepsilon_F &= - \iint_{\substack{\text{sup de la} \\ \text{espira}}} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = - \int_0^b dz \int_{x_0+vt}^{x_0+a+vt} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\partial I(t)}{\partial t} \frac{1}{x} dx = - \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\partial I(t)}{\partial t} \int_0^b dz \int_{x_0+vt}^{x_0+a+vt} \frac{1}{x} dx = \\ &= - \frac{\mu_0 b}{2\pi} \left( \frac{dI(t)}{dt} \ln \left( \frac{x_0 + a + vt}{x_0 + vt} \right) \right) \end{aligned} \quad (18)$$

Para el cálculo de  $\varepsilon_M$ , la integral de línea se debe considerar como suma de 4 integrales, que corresponden a cada lado de la espira.

Como el campo magnético tiene sentido  $\tilde{e}_y$ , si el sentido de la corriente es el indicado en la figura 3,  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  tendrá sentido  $\tilde{e}_z$  y el integrando será positivo, negativo o nulo según el segmento de la espira que se esté considerando: de 1 a 2 será positivo, de 2 a 3 y de 4 a 1 nulo, y de 3 a 4 negativo. Sin embargo, si se circula la espira  $d\mathbf{l} = dz \tilde{e}_z$  para los tramos paralelos al cable y  $d\mathbf{l} = dx \tilde{e}_x$  para los tramos perpendiculares al mismo (los cuales no contribuyen a la integral de línea pues  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  no tiene componente en esa dirección. Consecuentemente, la fem inducida  $\varepsilon_M$  estará dada por

$$\varepsilon_M = \oint_{\text{espira}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 v \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \frac{1}{x} dz + \int_3^4 v \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \frac{1}{x} dz \quad (19)$$

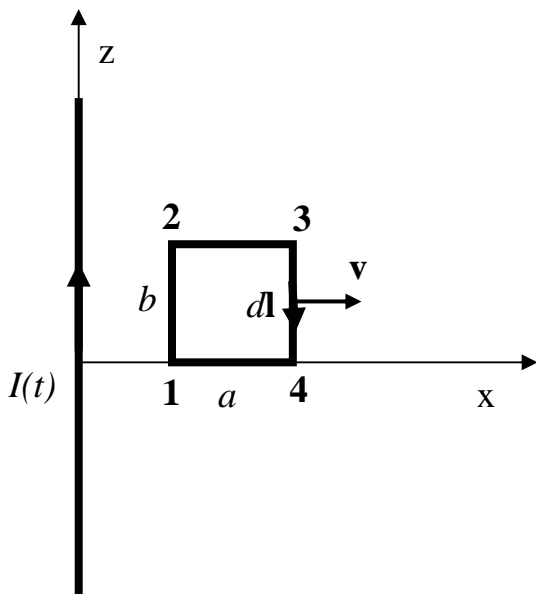


Figura 3: Sentido en que circula la espira.

El cálculo de esta integral puede presentar dos dificultades: 1) considerar el signo de  $d\mathbf{l}$  dos veces en el tramo 3-4 (al hacer el producto escalar y al poner los límites de integración), y 2) poner en cada tramo el valor de  $x$  que corresponde al tramo. En el caso del tramo 1-2, el campo magnético debe ser evaluado en  $x = x_0 + vt$ , mientras que en el tramo 3-4 será  $x = x_0 + a + vt$ . Entonces

$$\varepsilon_M = \int_0^b v \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \frac{1}{x} dz + \int_b^0 v \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \frac{1}{x} dz = v \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \left( \int_0^b \frac{1}{x_0 + vt} dz + \int_b^0 \frac{1}{x_0 + a + vt} dz \right) \quad (20)$$

En consecuencia, la fem inducida “por movimiento” está dada por

$$\varepsilon_M = vb \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \left( \frac{1}{x_0 + vt} - \frac{1}{x_0 + a + vt} \right) \quad (21)$$

La fem total inducida se obtiene, así, a partir de las ecuaciones 5, 18 y 21, que, como es de esperar coincide con la obtenida en la ecuación 16.

### Sistema de referencia solidario a la espira

Como en el sistema solidario a la espira, las cargas contenidas en la misma están en reposo con respecto al sistema de referencia, el segundo término del segundo miembro de la ecuación 3 es nulo. En este sistema (donde hemos considerado el origen en el punto denominado 1 en la figura 3) los límites de la espira están dados para todo  $t$  por

$$x'(t) = \begin{cases} 0 \\ a \end{cases} \quad z'(t) = \begin{cases} 0 \\ b \end{cases} \quad (22)$$

La relación entre las coordenadas  $(x, y, z)$  del sistema S y las  $(x', y', z')$  del sistema de referencia inercial S' que se mueve con velocidad  $\mathbf{v} = v \vec{e}_x$  está dada por

$$x = x' + x_0 + vt \quad y = y' \quad z = z' \quad (23)$$

y el campo magnético, a partir de las ecuaciones 12 y 23, estará dado por<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> Esto corresponde a que los campos magnéticos sean los mismos en los dos sistemas de coordenadas, lo que es válido dentro de la consideración  $v \ll c$ , como se indicó en la Sección 2.

$$\mathbf{B}(x', t) = \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \frac{1}{x' + x_0 + vt} \tilde{e}_y \quad (24)$$

Reemplazando esta última ecuación en la ecuación 3

$$\begin{aligned} \varepsilon &= - \iint_{\text{espira}} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}' = - \int_0^a dx' \int_0^b \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) \frac{1}{x' + x_0 + vt} \right) dz' = \\ &= - \frac{\mu_0}{2\pi} \int_0^a dx' \int_0^b \left( \frac{\partial I(t)}{\partial t} \frac{1}{x' + x_0 + vt} - I(t) \frac{v}{(x' + x_0 + vt)^2} \right) dz' \end{aligned} \quad (25)$$

Integrando respecto de las coordenadas se obtiene una expresión de la fem idéntica a la obtenida en la ecuación 16

$$\varepsilon(t) = - \frac{\mu_0 b}{2\pi} \frac{dI(t)}{dt} \ln \left( \frac{x_0 + a + vt}{x_0 + vt} \right) - \frac{\mu_0 b}{2\pi} I(t) v \left( \frac{1}{x_0 + a + vt} - \frac{1}{x_0 + vt} \right) \quad (26)$$

Idéntico resultado se habría obtenido en este sistema de referencia a partir de la ecuación 1.

## CONCLUSIONES

La resolución de este problema por distintos métodos presenta la ventaja de permitir hacer un análisis de la validez de las distintas "fórmulas" que aparecen en los libros de texto. Además, la expresión utilizada para la fem permite distinguir claramente los casos campo magnético variable en el tiempo (debido a la corriente en el cable variable en el tiempo) y espira estática, y el caso de campo no dependiente del tiempo y espira cerrada móvil en un campo no-uniforme. Se puede hacer, de esta manera, un análisis detallado de la polaridad de la fem dependiendo no sólo del sentido de la corriente que circula por el cable infinito (es decir del sentido del campo magnético) sino también de su variación. El primer término del segundo miembro de la ecuación 26 muestra que cuando la espira permanece en reposo, el signo de la fem está dado por el crecimiento (o decrecimiento) de la corriente (o sea del campo magnético creado por el cable) pues el factor que contiene al logaritmo es siempre positivo. El segundo término, en cambio, deja en claro que cuando la espira se aleja del cable, el signo de la fem queda determinado por el sentido de la corriente. Por otra parte, es fácil extender este problema al caso en que la velocidad de la espira tenga una componente paralela al cable.

Es conveniente en esta etapa hacer la consideración de corriente constante y espira que se mueve respecto al cable, donde el primer término del segundo miembro de la ecuación 26 es nulo. También se puede considerar otro caso límite, es decir, espira en reposo y corriente que, por ejemplo, crece en el tiempo, en cuyo caso la fem es negativa, lo que significa que si la espira fuera conductora, la corriente inducida en la misma debería crear un campo magnético en la dirección  $-\tilde{e}_y$ . Así la corriente circularía en sentido antihorario. Entre estos dos casos, se pueden analizar distintas situaciones. Por supuesto, que en el caso de espira conductora no sería válida la expresión, pues se debería considerar el flujo que aporta la corriente inducida.

En efecto, si la espira fuera conductora el sentido de la corriente que circularía por ella, dependería de todos los términos de la ecuación diferencial que la representa (Ecuación de malla de Kirchoff).

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = L \frac{d^2 I_{e(t)}}{dt^2} + R \frac{dI_{e(t)}}{dt} + \frac{I_{e(t)}}{C}$$

donde  $I_{e(t)}$  es la corriente que circularía por la espira. Se debe recordar que el valor de  $\varepsilon(t)$  depende de la corriente que circula por el cable infinito  $I(t)$ . El miembro derecho de esta ecuación dependerá de cuan resistiva, inductiva, o capacitiva sea la espira. Esto determinará la ecuación diferencial de donde se despejará la corriente con su propio sentido de circulación. Otro punto a tratar, es establecer el sentido de la fem inducida. Este presunto obstáculo se puede resolver fácilmente a partir de la Ley de Faraday en su forma integral

$$\varepsilon = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \iint_s \mathbf{B} \cdot \tilde{\mathbf{n}} \cdot dS$$

El sentido de la fem quedará determinado según el sentido de la normal de la superficie concatenada por la espira, el cual se relaciona con  $d\mathbf{l}$  (diferencial de longitud con el que se circula el campo  $\mathbf{E}$ ) a través de la regla de la mano derecha. De este modo, habiendo determinado el sentido de la normal a la superficie, quedará establecido el sentido de circulación del campo eléctrico, y por ende el de la fem.

## BIBLIOGRAFÍA

- Dubroff R., Marshall S.V., Skitek G.G. 1997. *Electromagnetismo* 4<sup>a</sup> Edición (Prentice-Hall Hispanoamericana)
- Feynman R., Leighton R., Sands M. 1970. *The Feynman lectures on Physics*, Vol. 2 (Addison Wesley)
- Fishbane P.M., Gasiorowicz S., Thornton S. 1993. *Física para Ciencias e Ingeniería*. Vol.II (Prentice-Hall Hispanoamericana)
- Giuliani, G. 2000. arXiv.org e-Print archive arXiv:physics/008006 v1
- Jackson, J.D. 1972. *Electrodinámica Clásica* (Alhambra)
- Landau L.D., Lifshitz E.M. 1975. *Electrodinámica de los medios continuos* Vol 8 del Curso de Física Teórica (Reverté)
- Purcell E. M. 1969. *Electricidad y Magnetismo* Vol 2 del Berkeley Physics Course (Reverté)
- Santaló, L. 1968. *Vectores y tensores* (Eudeba)
- Sears F.W., Zemansky M.W., Young H.D., Freedman R.A. 1999. *Física Universitaria* Vol.2 (Addison Wesley Longman)
- Tipler P.A., Mosca G. 2004. *Física para la ciencia y la tecnología* 5<sup>a</sup> Edición (Reverté)