

Capacitores I

La llave se encuentra inicialmente en la posición 1. El circuito se encuentra en estado estacionario. Luego se pasa la llave a la posición 2, alcanzando nuevamente el estado estacionario. En cada caso, calcular las cargas sobre los capacitores, indicando la polaridad. Todos los capacitores se encuentran inicialmente descargados. Datos: $V_1 = 6V$, $V_2 = 8V$, $C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 2\mu F$, $C_3 = 3\mu F$

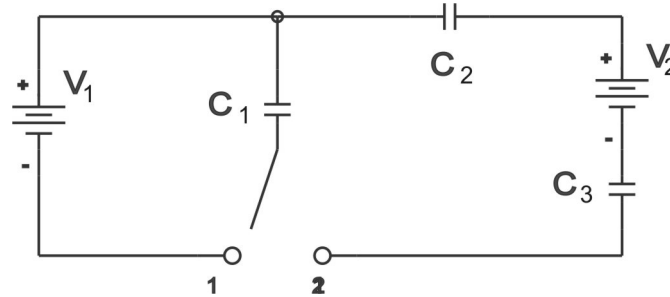


Figura 1: *Problema Capacitores I*

Solución

Cuando la llave está en la posición 1, la malla de la derecha puede quitarse del circuito, quedando para resolver el circuito de la figura 2

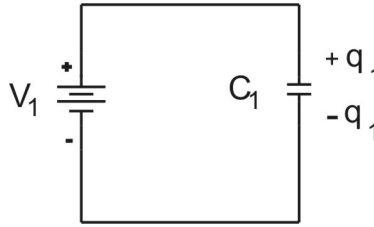


Figura 2: *Circuito resultante para la llave en la posición 1*

Suponiendo inicialmente la polaridad de la carga del capacitor como indica en la figura 2 y recorriendo la malla en el sentido horario tenemos

$$V_1 - \frac{q_1}{C_1} = 0 \quad (1)$$

o bien

$$q_1 = V_1 C_1 \quad (2)$$

Ahora se pasa la llave a la posición 2. Tomamos inicialmente las polaridades de las cargas como indica la figura 3 (primando las cargas que corresponden a la llave en la posición 2).

Recorriendo nuevamente en sentido horario, se plantea la ecuación:

$$\frac{q'_1}{C_1} - \frac{q'_2}{C_2} - V_2 - \frac{q'_3}{C_3} = 0 \quad (3)$$

Podemos plantear conservación de la carga en cualquiera de las regiones [1], [2] ó [3] de la figura 3, pero solo dos de ellas servirán. Agregar la restante daría lugar a un sistema linealmente dependiente.

En la región [1]:

$$q'_1 + q'_2 = q_1 = V_1 C_1 \quad (4)$$

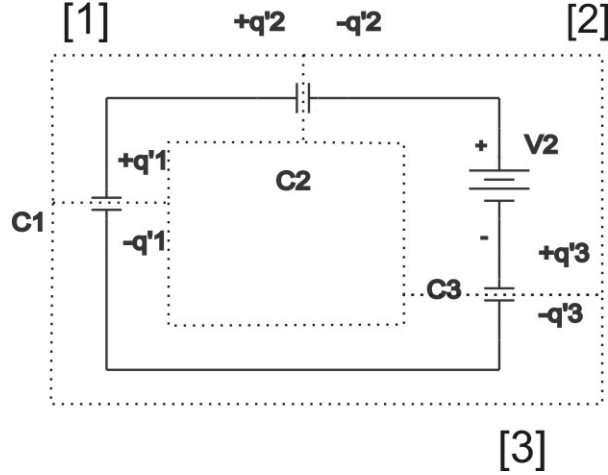


Figura 3: Diagrama de las Islas para la llave en la posición 2

en la región [2], teniendo en cuenta la condición de carga inicial nula:

$$-q'_2 + q'_3 = 0 \quad (5)$$

y en la región [3]:

$$-q'_1 - q'_3 = -q_1 = -V_1 C_1 \quad (6)$$

Se puede ver que (4) + (6) = -(5).

Tomamos las ecuaciones (4) y (6), lo cual completa las tres ecuaciones necesarias para obtener las tres incógnitas.

Resolvemos: De la ecuación (4) se obtiene

$$q'_2 = q_1 - q'_1 \quad (7)$$

de (6)

$$q'_3 = q_1 - q'_1 \quad (8)$$

y reemplazando (6) y (7) en (3) resulta

$$q'_1 = \frac{V_1 C_1 \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) + V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = 7.091 \mu C \quad (9)$$

$$q'_2 = \frac{V_1 - V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = -1.091 \mu C \quad (10)$$

$$q'_3 = \frac{V_1 - V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = -1.091 \mu C \quad (11)$$

Los valores negativos de q'_2 y q'_3 indican que en realidad las polaridades son al revés de lo planteado en el circuito, figura (3)

Puede ser instructivo volver a resolver el circuito con la llave en la posición 2 pero tomando otra convención inicial para las cargas en los capacitores, como se muestra en la figura 4:

La ecuación de circulación de la malla será ahora:

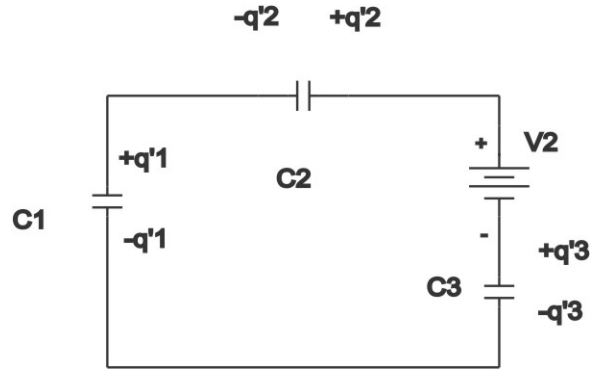


Figura 4:

$$\frac{q'_1}{C_1} + \frac{q'_2}{C_2} - V_2 - \frac{q'_3}{C_3} = 0 \quad (12)$$

Tomando para la conservación de la carga las mismas regiones que en el caso anterior se tiene en la región [1]:

$$q'_1 - q'_2 = q_1 = V_1 C_1 \quad (13)$$

en la región [3]:

$$-q'_1 - q'_3 = -q_1 = -V_1 C_1 \quad (14)$$

De (13) se obtiene

$$q'_2 = q'_1 - q_1 \quad (15)$$

y de (14) se obtiene:

$$q'_3 = q_1 - q'_1 \quad (16)$$

Reemplazando (15) y (16) en (12) se obtiene nuevamente:

$$q'_1 = \frac{V_1 C_1 \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) + V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = 7.091 \mu C \quad (17)$$

y luego

$$q'_2 = \frac{V_2 - V_1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = 1.091 \mu C \quad (18)$$

$$q'_3 = \frac{V_1 - V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = -1.091 \mu C \quad (19)$$

de manera que la conclusión sobre la real polaridad de las cargas es la misma que en la resolución anterior.