

Conductores II

Se tiene una cáscara conductora descargada de forma arbitraria, como indica la Figura 1.

- a) ¿Cómo es el campo eléctrico en la cavidad?
b) Se coloca una carga q en el exterior de la cáscara. ¿Cómo es ahora el campo eléctrico en la cavidad?

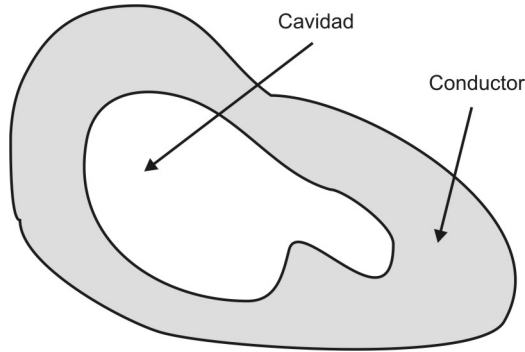


Figura 1: Cáscara conductora y cavidad

Solución

- a) Planteamos el Teorema de Gauss para una superficie en el interior del conductor, como indica la figura 2.

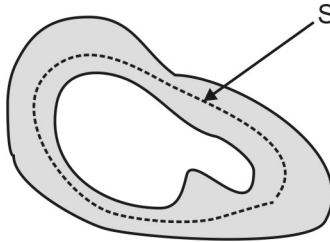


Figura 2: Superficie gaussiana en el conductor

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0}$$

Pero como S está íntegramente dentro del conductor resulta $\mathbf{E}=0$ en toda la superficie de integración, de modo que

$$\mathbf{E} = 0 \Rightarrow \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \Rightarrow Q_{encerrada} = 0$$

Lo cual no implica que la carga encerrada por la superficie de Gauss sea cero en cada punto, solo significa que hay tanta carga positiva como negativa.

Pero supongamos ahora que la carga en la superficie interior de la cáscara no está distribuida uniformemente, sino algo como, por ejemplo, lo que se muestra en la figura 3. En ese caso deberán existir líneas de campo eléctrico que unan las cargas positivas con las negativas. Si tomamos un lazo $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ donde Γ_1 coincide con una de las líneas de campo, deberá cumplirse:

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

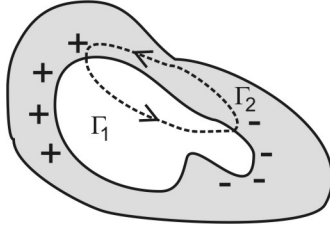


Figura 3: Posible distribución de carga y lazo $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$

pero:

$$\begin{aligned} \oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= \oint_{\Gamma_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \oint_{\Gamma_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \oint_{\Gamma_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \end{aligned}$$

pues la integral sobre Γ_2 es nula, ya que el integrando lo es por estar dentro del conductor. Queda entonces la condición:

$$\oint_{\Gamma_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

Como \mathbf{E} tiene una sola dirección para una trayectoria como la ejemplificada, esta condición solo podrá cumplirse si $\mathbf{E} = 0$ en el interior de la cavidad. Haciendo un razonamiento similar para un lazo que incluya una porción dentro del conductor y otra afuera de la cáscara, llegamos a la conclusión de que $\mathbf{E} = 0$ también en el exterior a la cáscara conductora.

- b) Todos los razonamientos hechos en a) siguen siendo válidos para el interior de la cavidad, de manera que $\mathbf{E} = 0$.