Fiuba
Facultad de Ingeniería
Universidad de Buenos Aires

ONDAS MECANICAS

Docente Turno 14:

Lic. Alicia Corsini

MOVIMIENTO ONDULATORIO:

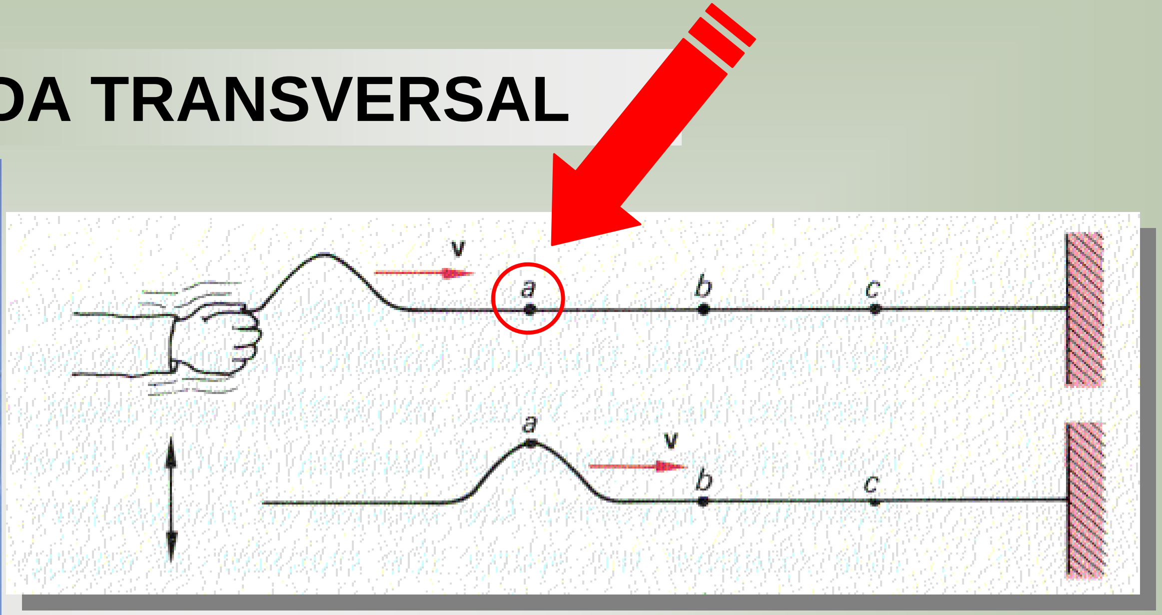
CONSTRUCCION DEL MODELO: MATERIA DEFORMABLE O ELASTICA POR DONDE SE PROPAGAN LAS ONDAS MECANICAS

Las ondas de agua y las ondas sonoras son ejemplos de "ondas mecánicas" que viajan a través de un medio deformable o elástico

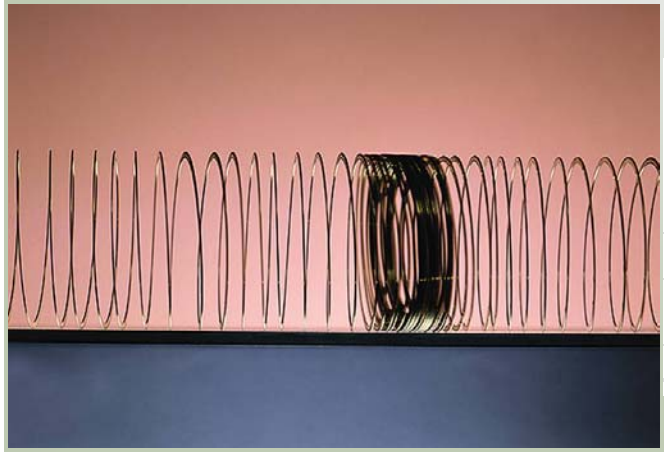
La onda es una perturbación que aparta al sistema de su posición de equilibrio

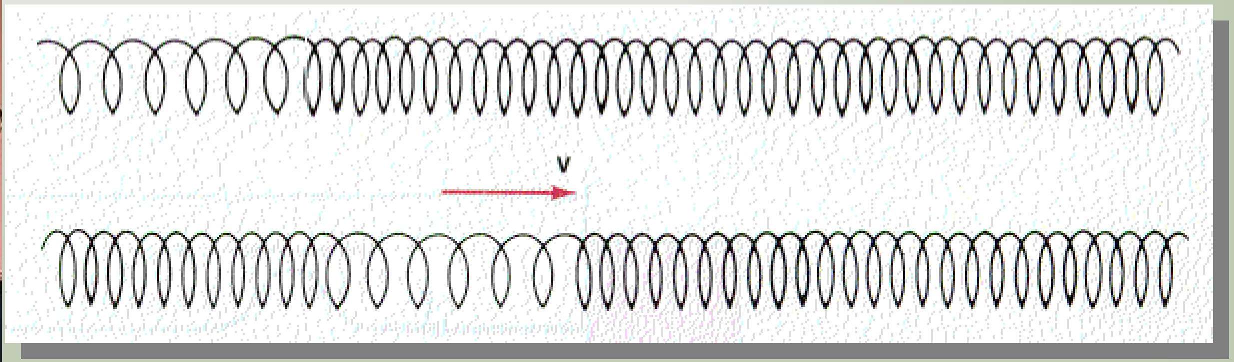
Lic. Alicia Corsini

ONDA TRANSVERSAL



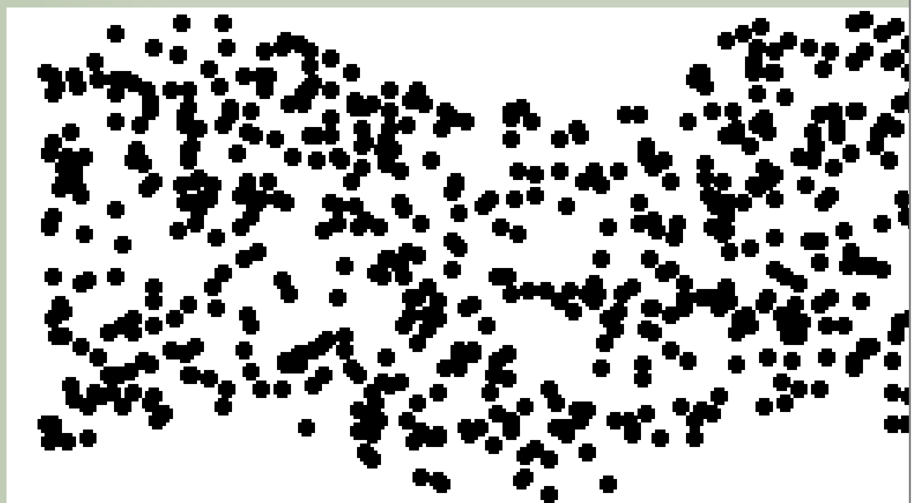
ONDA LONGITUDINAL



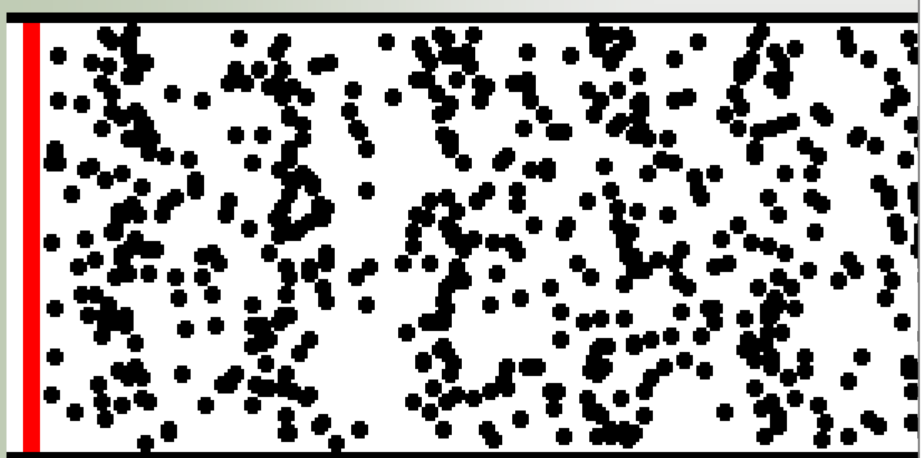


Lic. Alicia Corsini

ONDA TRANSVERSAL



ONDA LONGITUDINAL



TIPO de ONDA :
Según el número de dimensiones espaciales en que se propaga la energía

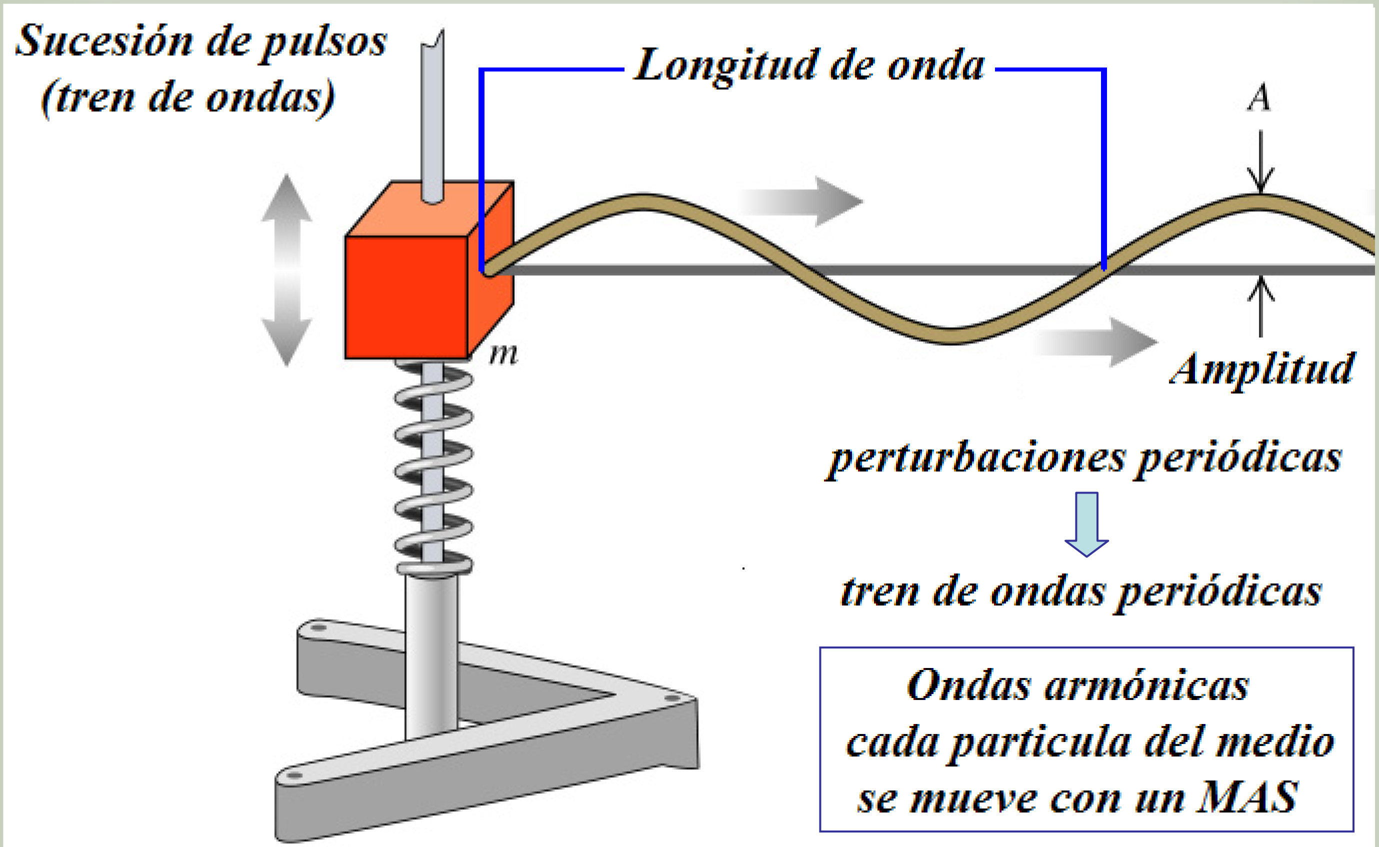
- Ondas unidimensionales
- Ondas bidimensionales
- Ondas tridimensionales

Lic. Alicia Corsini

PROPAGACION DE ONDAS

- ONDAS
  - transversales
    - Medio sólido (SI)
    - Medio gaseoso (NO)
    - Medio liquido (SI) con dificultades
  - longitudinales
    - Medio sólido (SI)
    - Medio gaseoso (SI)
    - Medio liquido (SI) con dificultades

PROPAGACION DE ONDAS

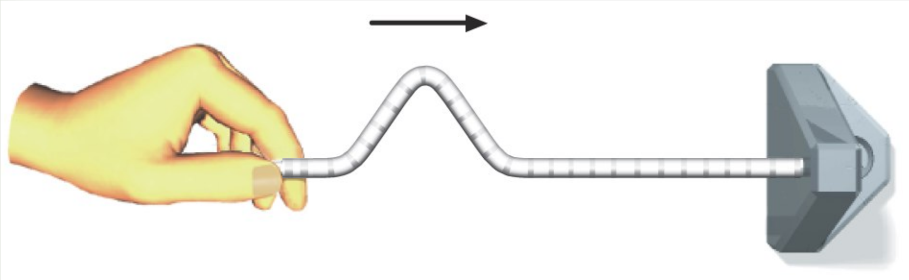


$$v = \lambda \, . \, f$$

la velocidad de propagación es "constante"

Lic. Alicia Corsini

Velocidad de propagación de la onda en medios homogéneos.



La velocidad de propagación depende de las condiciones elástica e inerciales del medio.

$$V_{cuerda} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$T : tensión$

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{\delta m}{\delta l}$$

$$V_{solido} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$E : modulo\ de\ elasticidad$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

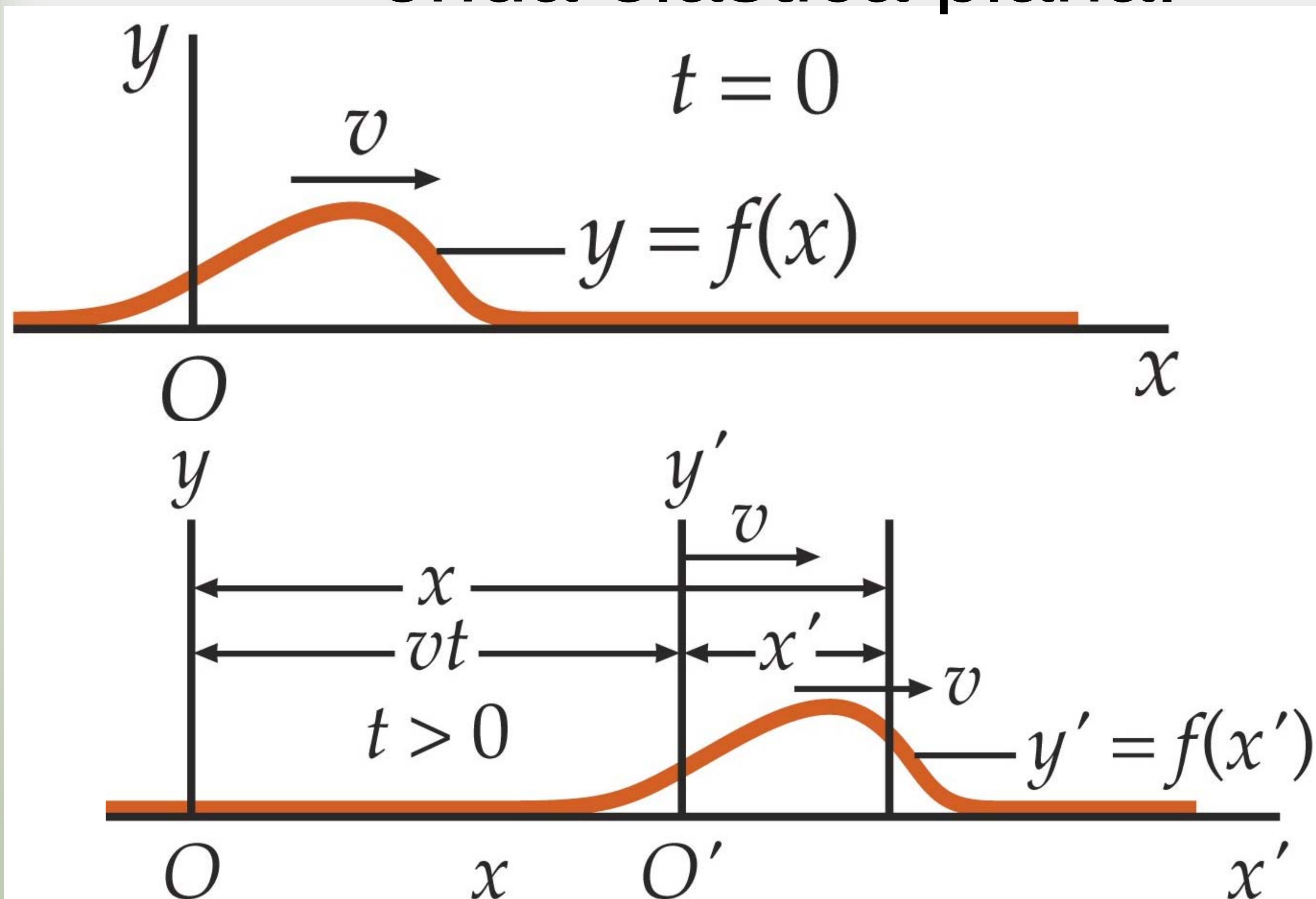
$$V_{gases} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$B : coeficiente\ de\ compresibilidad$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Lic. Alicia Corsini

Descripción matemática de una onda elástica plana.



Lic. Alicia Corsini

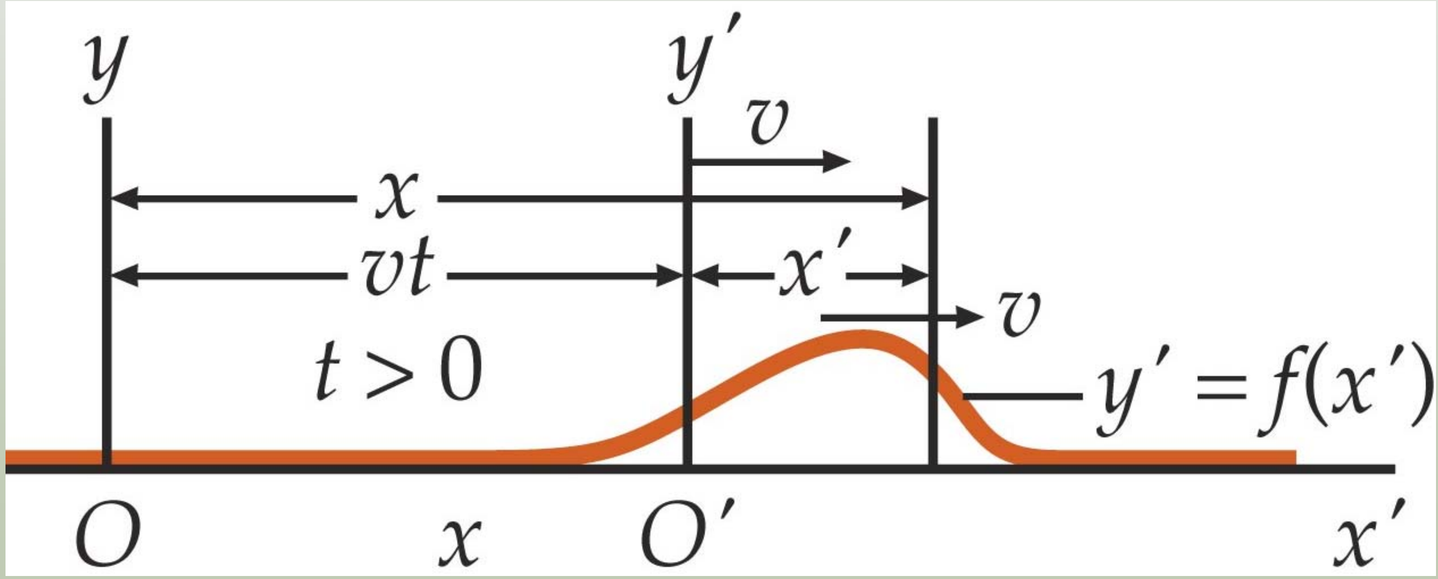
Descripción matemática de una onda elástica plana.

$$y = f(x) = y' = f(x')$$

$$y = f(x') = f(x - vt)$$

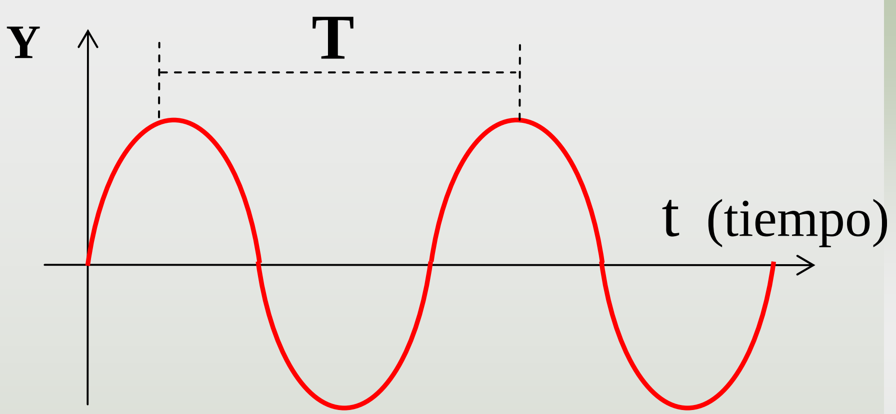
$$y = f(x - vt)$$

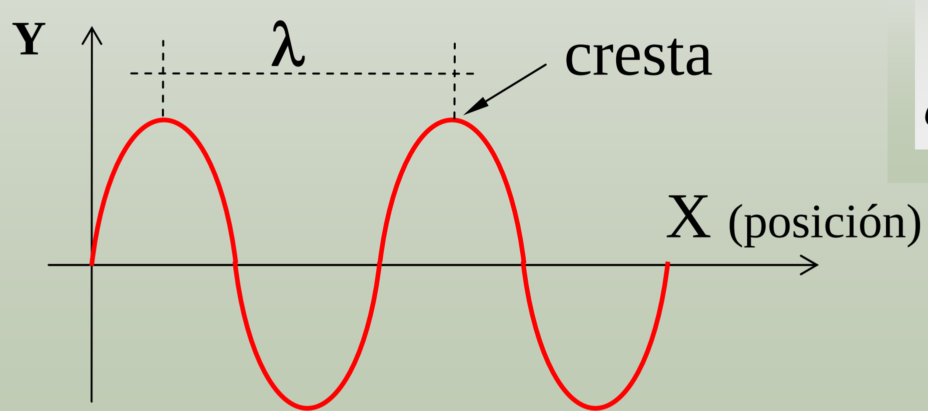
Ecuación de una onda



Lic. Alicia Corsini

Movimiento Ondulatorio Armónico





ECUACION GENERAL DE LA ONDA

$y = f(x - vt)$ *onda viajera que se mueve hacia la derecha*

$y = f(x + vt)$ *onda viajera que se mueve hacia la izquierda*

Lic. Alicia Corsini

Ecuación de la onda armónica

$$y = A.sen\, 2\,\pi\ f\ t$$

Para hacerla extensiva a cualquier punto, introducimos el factor de corrección

$$y = A.sen\, 2\,\pi\ f\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

$f: solo\ \ depende\ \ de\ \ la\ \ perturbación$

Lic. Alicia Corsini

Ecuación de la onda armónica

$$y = A.\,sen\, 2\,\pi\, f\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

$$y = A.\,sen\, 2\,\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

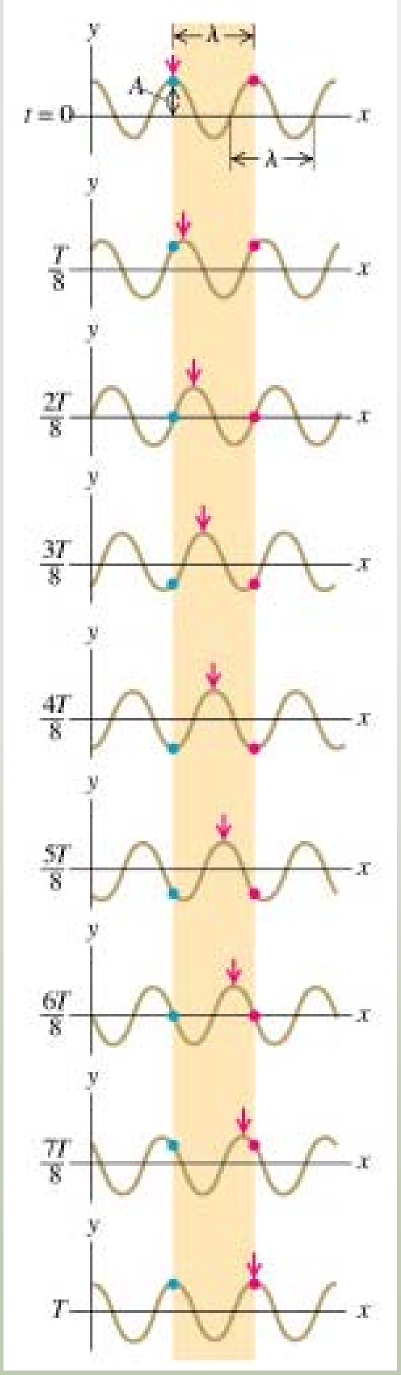
$$\lambda = v\,.\,T$$

$$y = A.\,sen\,\left(\omega\, t - k\, x\right)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$k : número\ \ de\ \ onda$

Lic. Alicia Corsini



Conclusiones:

a) Si se estudia una determinada partícula del medio elástico definida por su abscisa x (resulta x constante y t variable)

se tiene :

$$y = A\, sen\left(\omega\, t - k_1\right) \Rightarrow y = f(t)$$

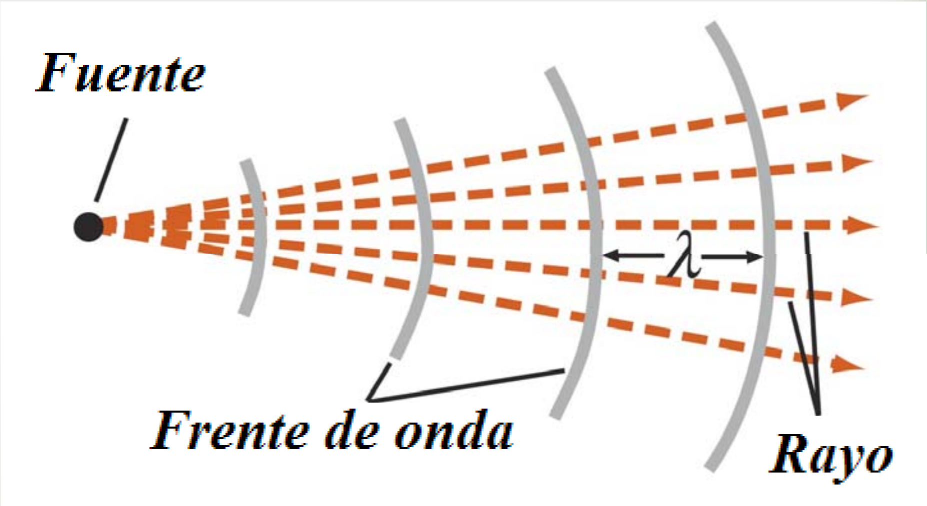
b) Si se estudia el movimiento de muchas partículas en un determinado momento (x variable y t constante)

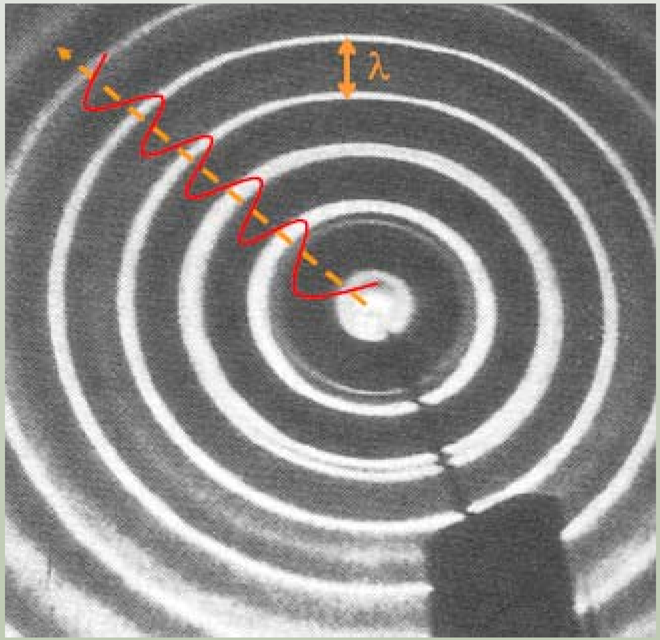
se tiene :

$$y = A\, sen\left(T_1 - k\, x\right) \Rightarrow y = f\left(x\right) \text{ " foto"}$$

Lic. Alicia Corsini

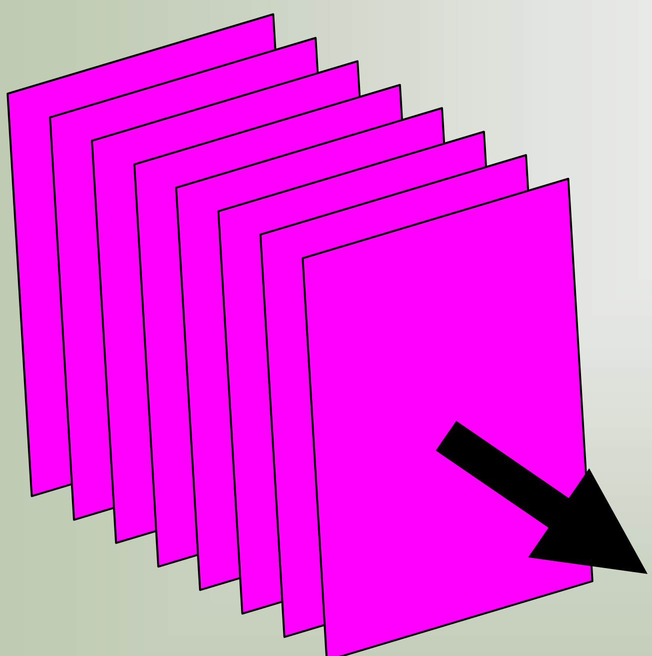
FRENTE DE ONDA.



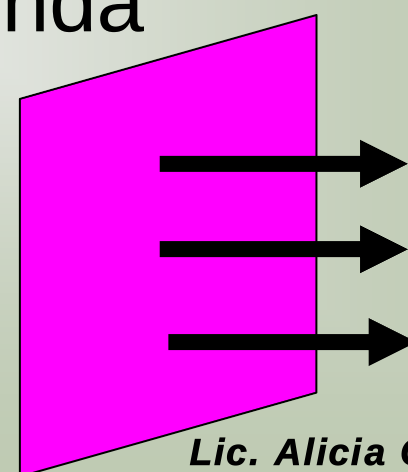


ONDAS PLANAS.

Para las ondas que se propagan en una sola dirección, el “*frente de onda*” es “*plano*”.



Los rayos son perpendiculares al frente de onda y paralelos entre ellos.



Lic. Alicia Corsini

Ecuación General del Movimiento Ondulatorio Unidimensional.

$$y = A.\,sen\left(kx \pm \omega\, t + \alpha_0\right)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \pm \omega.A.\cos\left(kx \pm \omega\, t + \alpha_0\right) \qquad \frac{\partial y}{\partial x} = k.A.\cos\left(kx \pm \omega\, t + \alpha_0\right)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \pm \omega^2.A.\,sen\left(kx \pm \omega\, t + \alpha_0\right) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2.A.\,sen\left(kx \pm \omega\, t + \alpha_0\right)$$

$$\frac{1}{\pm\,\omega^2 A}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{1}{k^2 A}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\omega^2}{k^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

Lic. Alicia Corsini

Ecuación General del Movimiento Ondulatorio Unidimensional.

$$y = A.\,sen\left(kx \pm \omega\, t + \alpha_0\right)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\omega^2}{k^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

Lic. Alicia Corsini

Energía transportada por una onda

$$dE_{Cinet.} = \frac{1}{2}(\,dm\,)v^2$$

$$dE_{p.elast.} = \frac{1}{2}k\,y^2$$

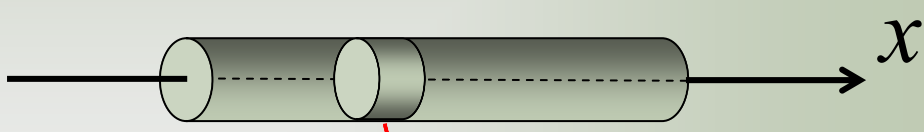
$$k = \omega^2\,.\,m$$

$$y = A\,sen\;(kx \pm \omega t + \alpha_0)$$

$$V_Y = A.\omega\cos\;(kx \pm \omega t + \alpha_0)$$

$$sen^2(kx \pm \omega\, t + \alpha_0) + cos^2(kx \pm \omega\, t + \alpha_0) = 1$$

$Ej : cuerda$



$$dm = \rho\, s\,.\,dx$$

$elemento\ de\ masa$

$s : sección$

$$dE = dE_{p.elast.} + dE_{Cinet.}$$

$$dE = \frac{1}{2}(\,dm\,)\omega^2\,A^2$$

$dE : constante$

$$\boxed{dE = \frac{1}{2}\;\rho\, s\;\; dx\;\; \omega^2\;\; A^2}$$

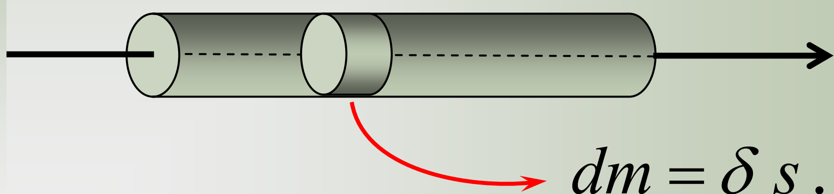
Lic. Alicia Corsini

POTENCIA

Ej : cuerda

La energia es independiente del tiempo y de la posición

$$dE = \frac{1}{2}\left(\rho\, s\ dx\right)\omega^2\ A^2$$



x

$$dm = \delta\ s\, .\, dx$$

elemento de masa

s : sección

$$Potencia = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}\left(\rho\ \ s\ \ \frac{dx}{dt}\right)\omega^2\ A^2$$

$$Potencia = \frac{1}{2}\,\rho\, s\ \ v_{propag.}\ \omega^2\ A^2$$

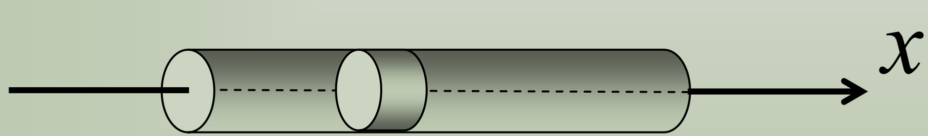
Lic. Alicia Corsini

POTENCIA

$$Potencia = \underbrace{\frac{1}{2}\,\rho\, s\ v_{propag.}}_{constante}\ \omega^{2}\ A^{2}$$

La potencia depende del cuadrado de la amplitud

Ej : cuerda o soga



Todas las moleculas de la soga tienen igual energia

INTENSIDAD

$$Potencia = \frac{1}{2}\rho\, s\; v_{propag.}\, \omega^2\; A^2$$

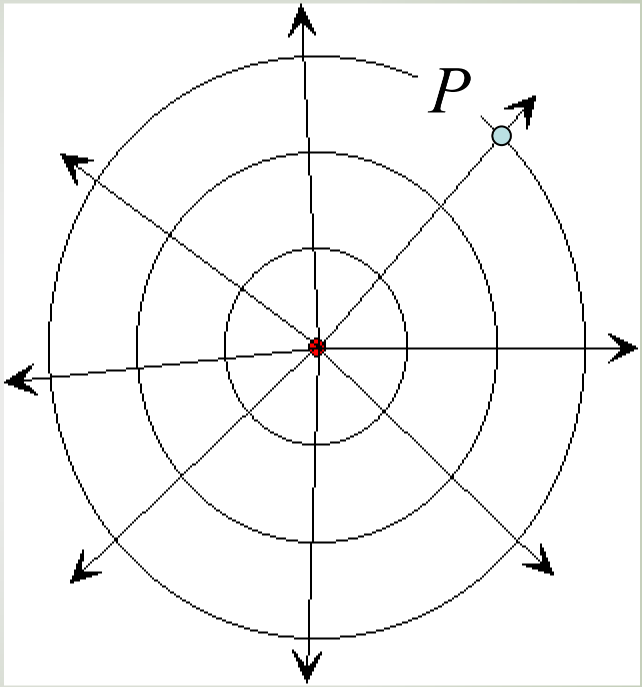
$$Intensidad = \frac{Potencia}{superficie}$$

$$I = \frac{Pot}{s} = \frac{1}{2}\frac{\rho\; s\; v_{propag.}}{s}\,\omega^2\; A^2$$

$$I = \frac{1}{2}\rho\, v_{propag.}\omega^2 A^2$$

Intensidad debida a un foco puntual

$$I_P = \frac{P}{4\,\pi\, r^2}$$



$$[P] = \frac{J}{s} = Watts$$

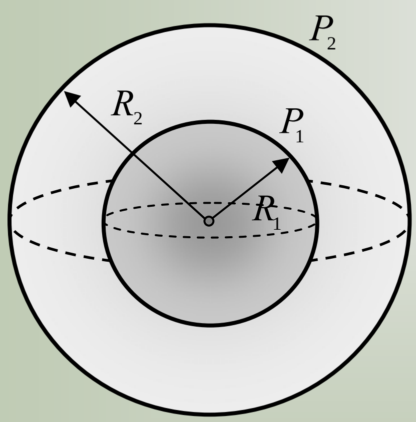
$$[I] = \frac{Watts}{m^2}$$

Lic. Alicia Corsini

Intensidad

La Intensidad es inversamente proporcional a la distancia al cuadrado.
Esto nos da una idea de porque el sonido disminuye tan rapido su intensidad.

$$P_1 = I_1 . S_1 = I_1 .4 \pi R_1^2 \qquad P_2 = I_2 . S_2 = I_2 .4 \pi R_2^2$$



$$La\ energia\ se\ conserva : P_1 = P_2$$

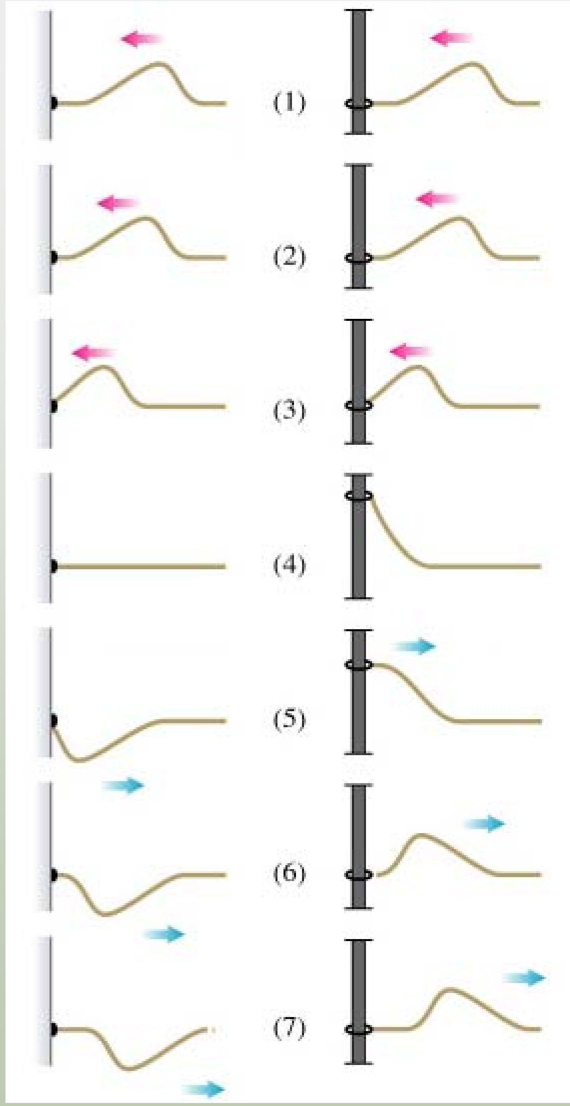
$$I_1 .4 \pi R_1^2 = I_2 .4 \pi R_2^2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

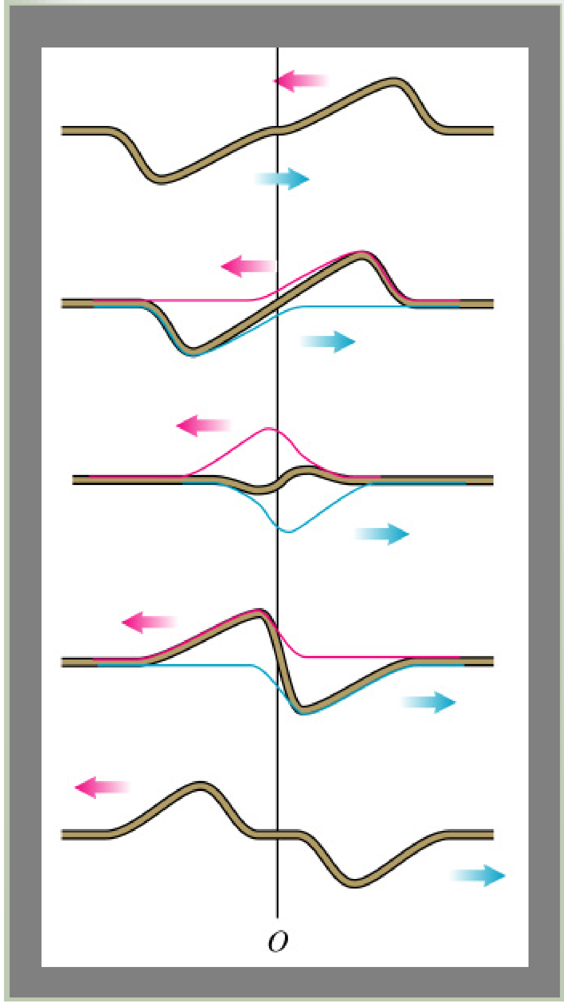
$$R_1 < R_2 \Rightarrow I_1 > I_2$$

Lic. Alicia Corsini

Características de las ondas mecánicas en medios elásticos finitos

Extremo fijo *Extremo libre*





Condiciones de frontera

Lic. Alicia Corsini

Ondas Estacionarias

$$y(x,t) = y_1 + y_2 = A.sen(kx - \omega t) + A.sen(kx + \omega t)$$

Dos ondas con la misma frecuencia y amplitud viajan en el mismo medio con sentidos opuestos.

De la identidad trigonométrica :

$$senA + senB = 2.sen\frac{A+B}{2}.\cos\frac{A-B}{2}$$

$$y = (2.A.senkx)\ \cos\omega.t$$

Lic. Alicia Corsini

Ondas Estacionarias

$$y = \left(2.A.senkx\right)\ \cos\omega.t$$

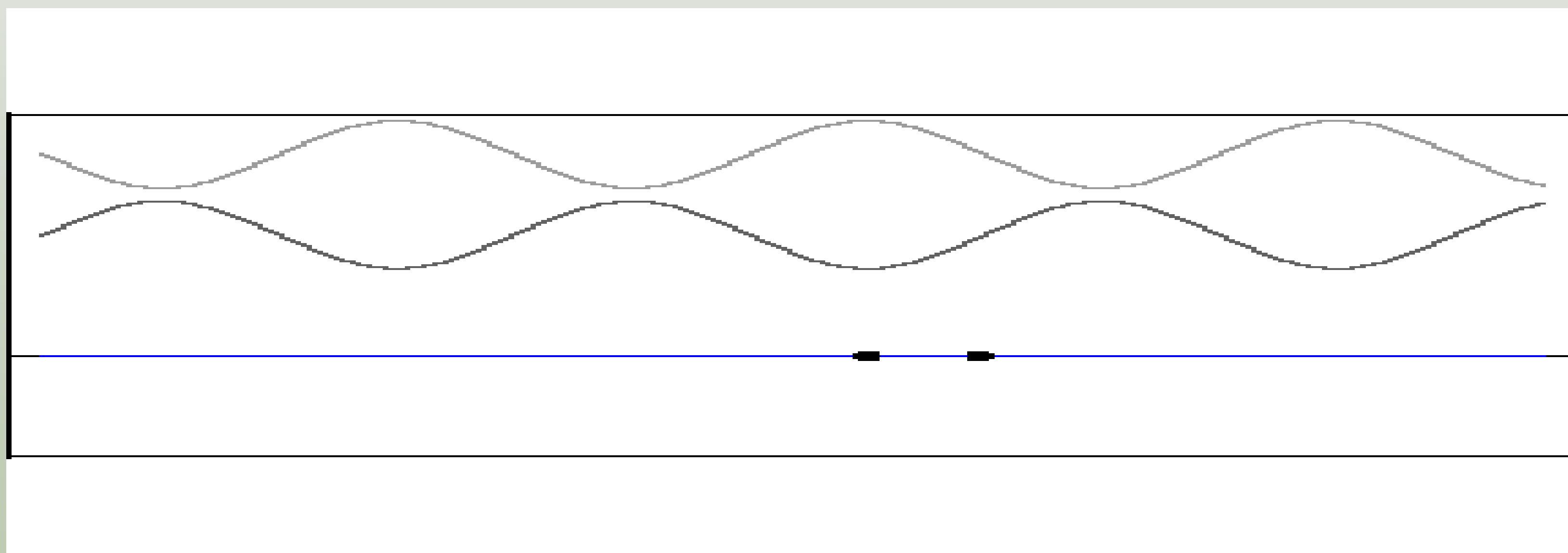
$$Si\ sen\ kx = 0$$

$$k.x = n.\pi \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}.x = n.\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{n.\lambda}{2}$$

Los "x" que no se mueven,

se llaman nodos.



Lic. Alicia Corsini

Ondas Estacionarias

Igual amplitud, frecuencia y número de onda

Se propagan en sentido contrario

Cuerpos finitos $\Rightarrow$ *Ondas ESTACIONARIAS*

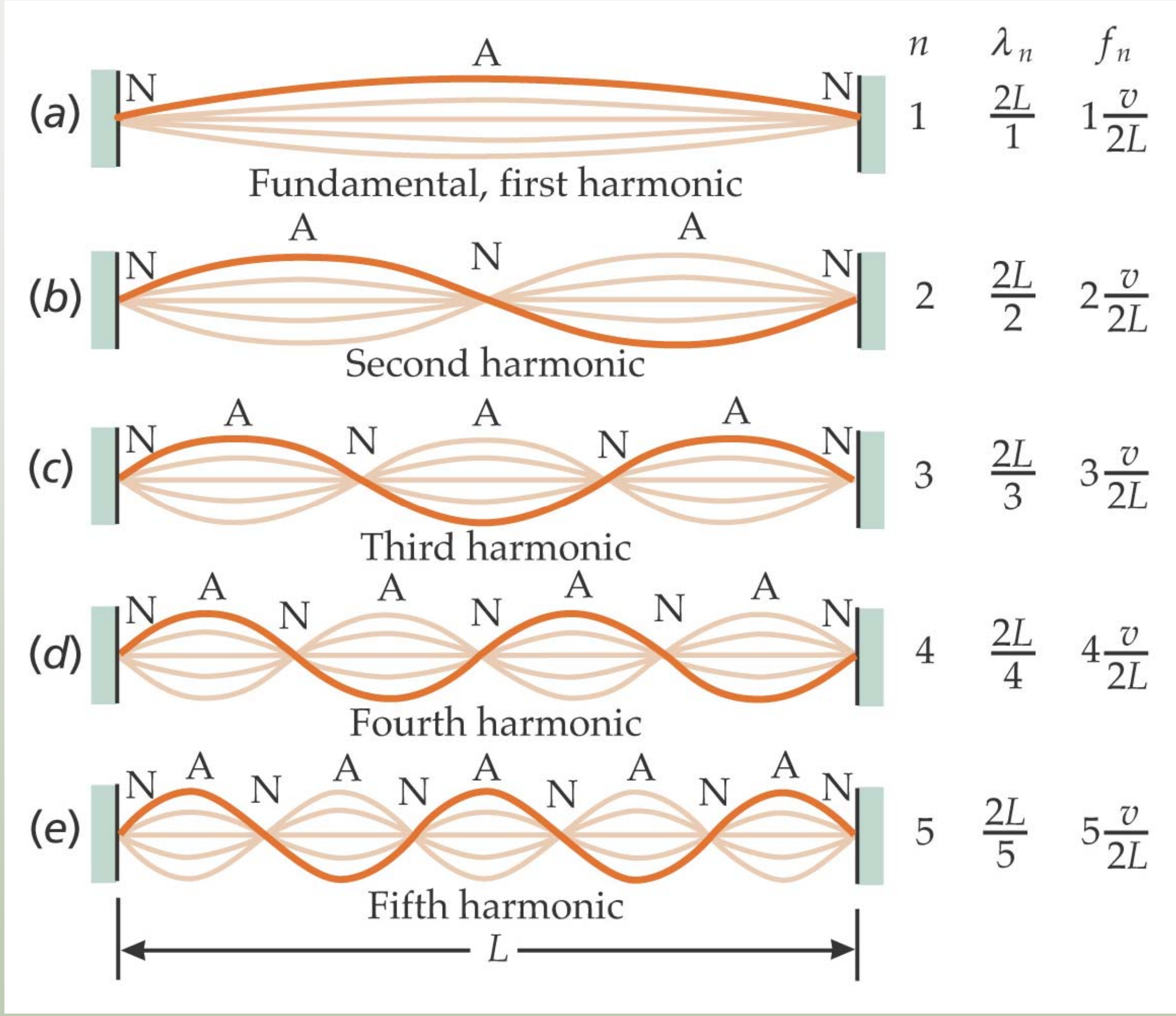
$\Downarrow$

No tienen la misma energia todos los puntos del medio

$$y(x,t) = \left(2A\, sen\, kx\right) cos\, \omega t \quad \begin{cases} kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots\ldots \\ \dfrac{2\pi}{\lambda} x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots\ldots \\ x = 0, \dfrac{\lambda}{2}, \dfrac{2\lambda}{2}, \dfrac{3\lambda}{2}, \ldots\ldots \end{cases}$$

Lic. Alicia Corsini

Ondas estacionarias



$$L = n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

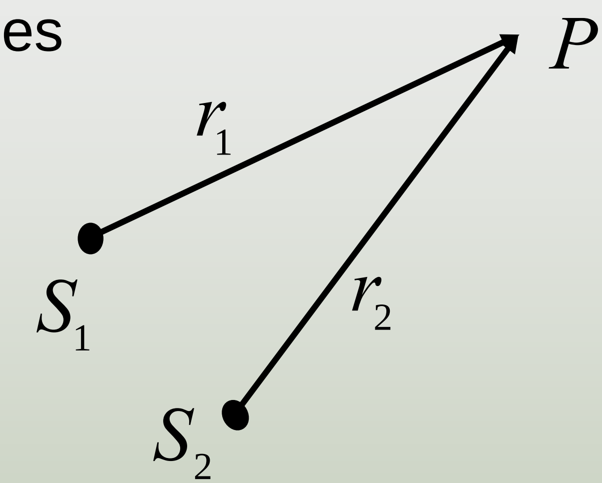
$$f_n = n\frac{v}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

$$f_n = nf_1 \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

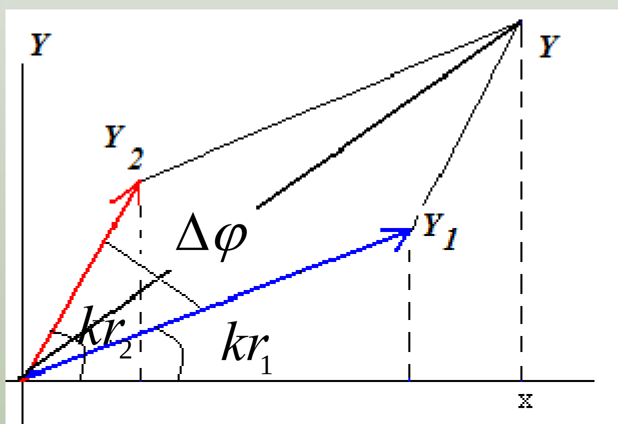
Lic. Alicia Corsini

Superposición o Interferencia de ondas

La función de onda y (x,t) que describe el movimiento resultante de esta situación se obtiene sumando las dos funciones de onda de las ondas individuales



$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$



Amplitud resultante de dos ondas en interferencia.

$$y_1 = A_1.sen(kr_1 - \omega t + \alpha_{01})$$

$$y_2 = A_2.sen(kr_2 - \omega t + \alpha_{02})$$

Lic. Alicia Corsini

Interferencia de ondas de igual frecuencia

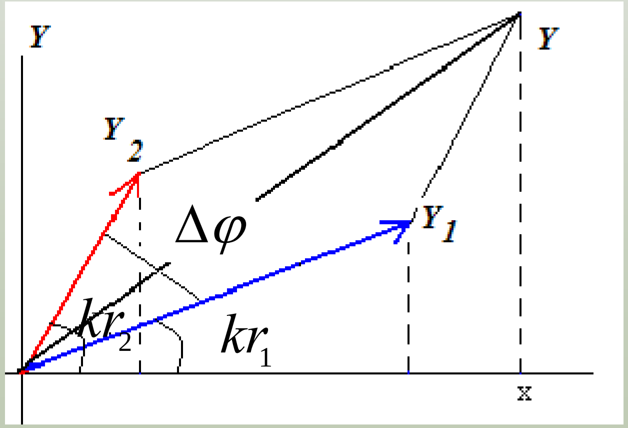
$$y_1 = A_1.sen(kr_1 - \omega t + \alpha_{01})$$
$$y_2 = A_2.sen(kr_2 - \omega t + \alpha_{02})$$

Igual frecuencia y número de onda

Amplitudes distintas

$$A_T = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1.A_2 \cos\left[k.\Delta r + \Delta\alpha_0\right]}$$

Amplitudes del movimiento resultante



Amplitud resultante de dos ondas en interferencia.

Diferencias de fase

$$\Delta\varphi = k.\Delta r + \Delta\alpha_0$$

Lic. Alicia Corsini

Interferencia de ondas de igual frecuencia

$$A_T = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1.A_2 \cos\left[k.\Delta r + \Delta\alpha_0\right]}$$

Diferencias de fase

$$\Delta\varphi = k.\Delta r + \Delta\alpha_0$$

Amplitud máxima $\Delta\varphi = 2.n.\pi \qquad \cos\varphi = 1$

$A_T = A_1 + A_2 \Longrightarrow$ *Interferencia Constructiva*

Amplitud mínima $\Delta\varphi = (2n+1).\pi/2 \qquad \cos\varphi = -1$

$A_T = A_1 - A_2 \Longrightarrow$ *Interferencia Destructiva*

Lic. Alicia Corsini

- Gracias por su atención.

Docente Turno 14:

Lic. Alicia Corsini