

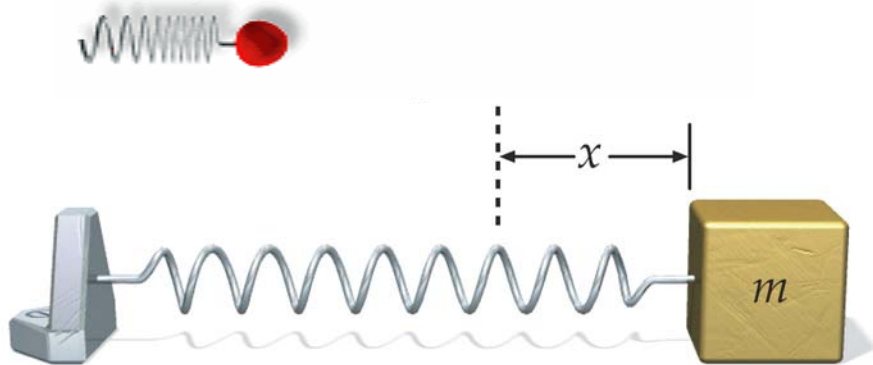
# MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

---

Lic. Alicia Corsini

2009

# Estudio del movimiento armónico simple



$$-K \cdot x = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + K \cdot x = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{K}{m} \cdot x = 0$$

$$X = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

$$X = A \cdot \text{cos}(\omega \cdot t)$$

$$X = A \cdot e^{i(\omega \cdot t)}$$

$$X = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

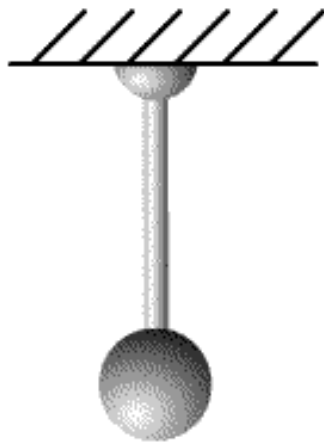
$$\dot{X} = A \cdot \omega \cdot \text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$\ddot{X} = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

# Estudio del movimiento armónico simple

## simple

### PENDULO SIMPLE



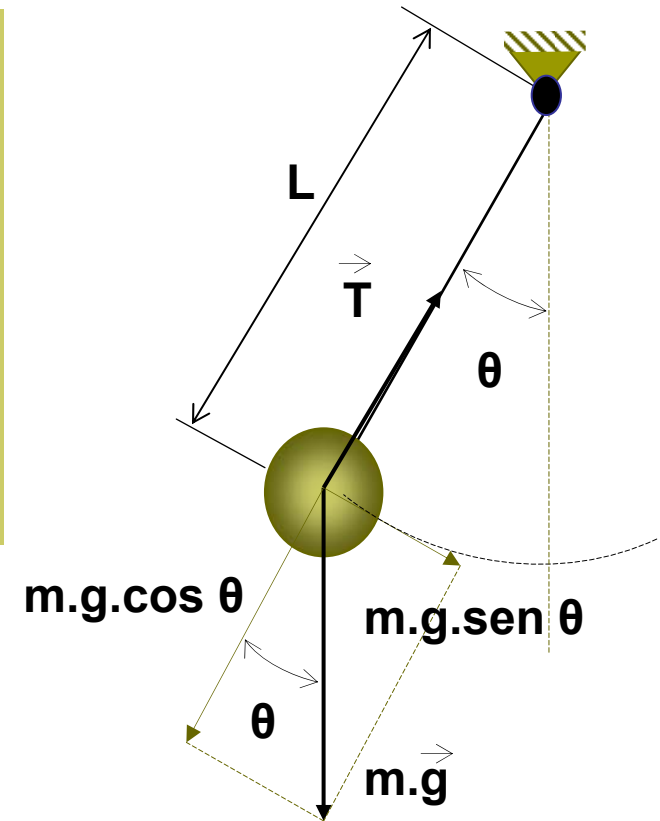
siendo :

$$s = L \cdot \theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = L \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

$$a_{\tau} = L \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

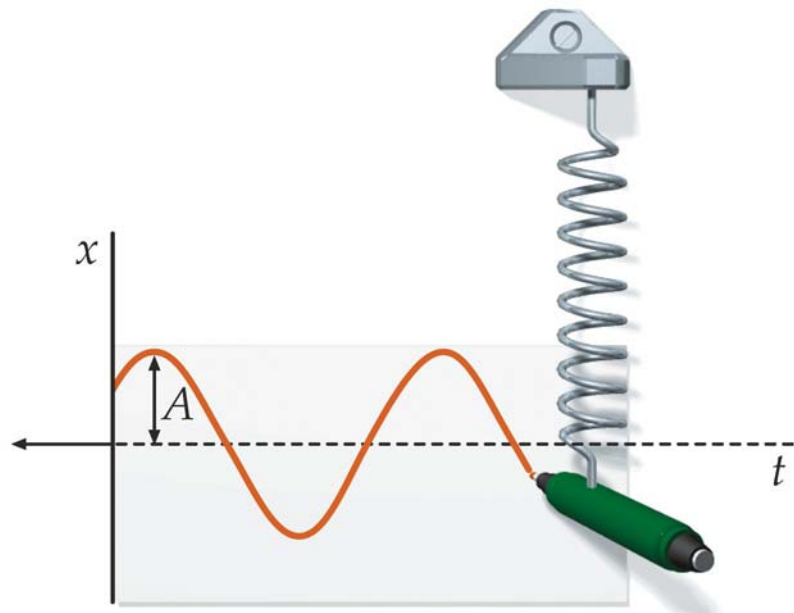


$$\eta) T - m \cdot g \cdot \cos \theta = m \cdot a_{\eta}$$

$$\tau) - m \cdot g \cdot \sin \theta = m \cdot a_{\tau}$$

$$\tau) - m \cdot g \sin \theta = m \cdot L \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

# Estudio del movimiento sistema masa -resorte vertical



D.C.L. en el caso estirado

$$\ddot{j}) m.g - F_{ELASTICA} = m.a_0$$

$$m.g - K.(\delta_{Estático} + Y) = m.a_0$$

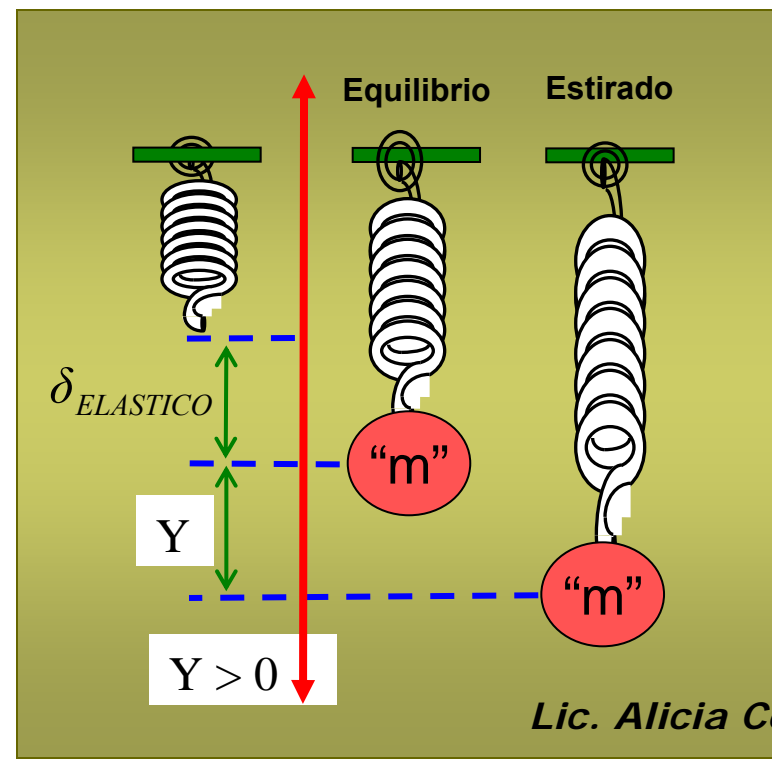
$$- K.Y = m.a_0$$

$$-\frac{K}{m} . Y = \frac{d^2 Y}{dt^2}$$

D.C.L. en estado de equilibrio

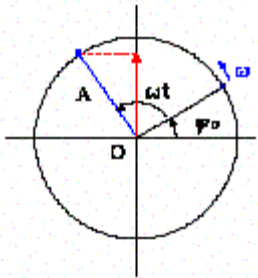
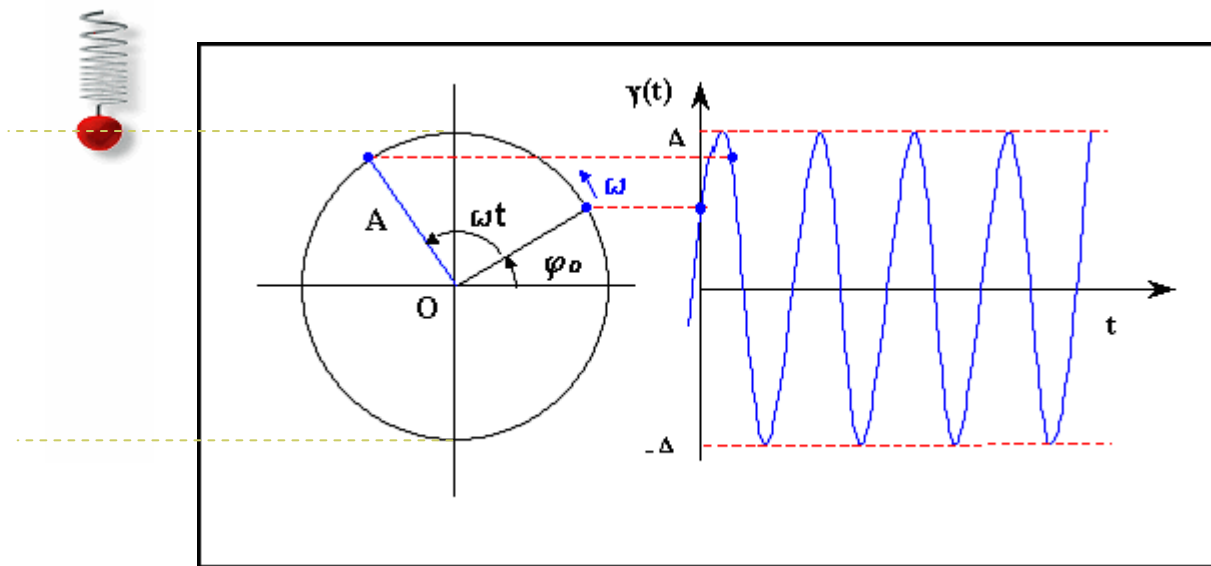
$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

j)  $m.g - F_{ELASTICA} = 0$

$$m.g - K.\delta_{Estático} = 0$$




# Relación entre el movimiento armónico simple y el movimiento circular



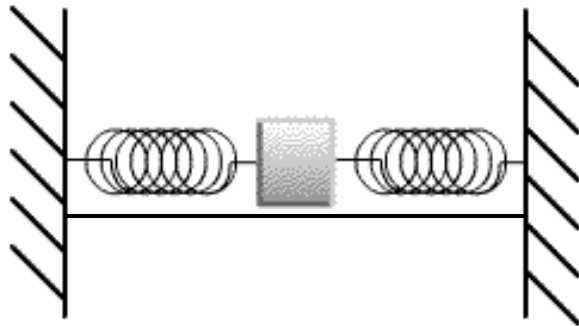
$$Y_1 = A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t + \alpha_{01})$$

# Superposición de dos MAS: Igual dirección

---

$$Y_1 = A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t + \alpha_{01})$$

$$Y_2 = A_2 \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t + \alpha_{02})$$



$$Y_T = Y_1 + Y_2$$

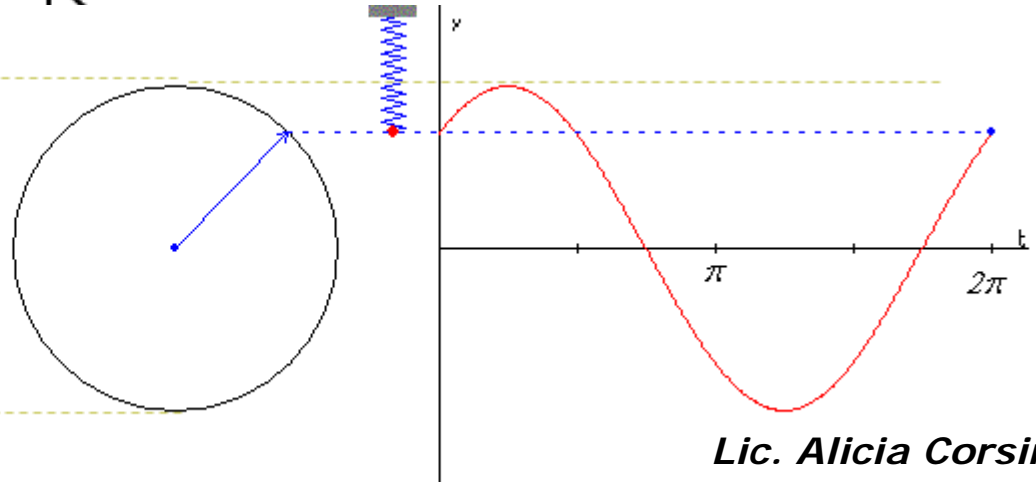
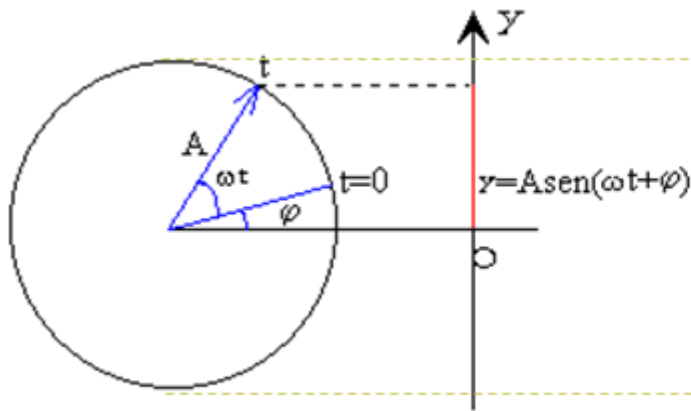
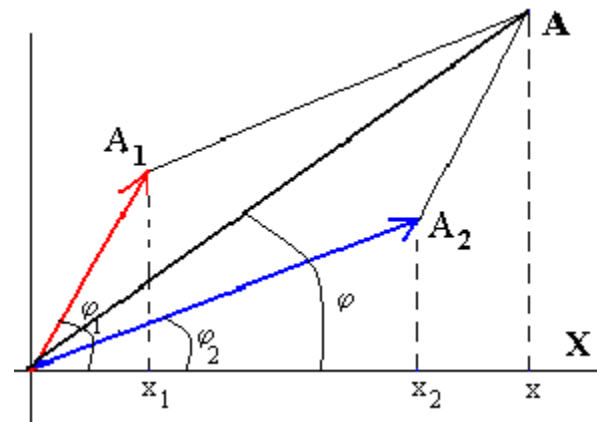
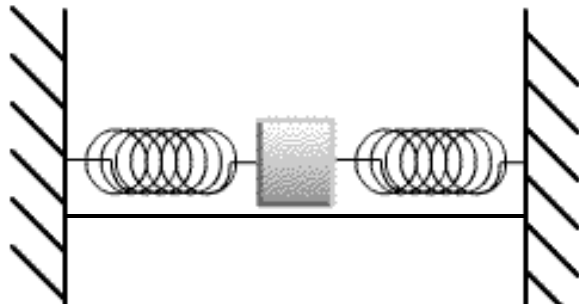
$$Y_T = A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t + \alpha_{01}) + A_2 \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t + \alpha_{02})$$

# Superposición de dos MAS: Igual dirección, igual frecuencia

$$Y_1 = A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t + \alpha_{01})$$

$$Y_2 = A_2 \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t + \alpha_{02})$$

$$\omega_1 = \omega_2$$





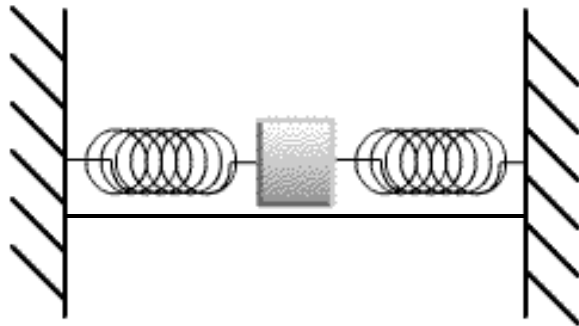
# Superposición de dos MAS: Igual dirección, igual frecuencia

---

$$Y_1 = A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t + \alpha_{01})$$

$$Y_2 = A_2 \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t + \alpha_{02})$$

$$\omega_1 = \omega_2$$

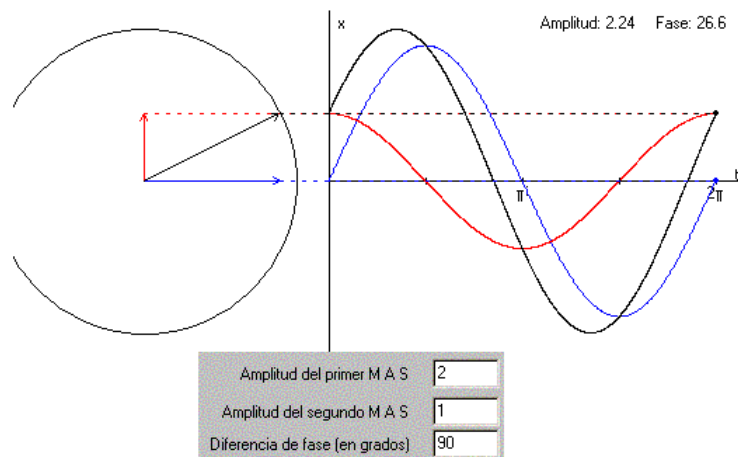
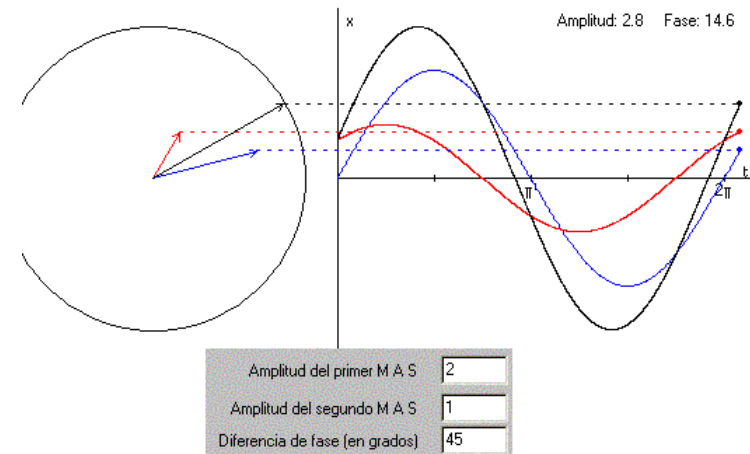


$$Y_T = Y_1 + Y_2$$
$$Y_T = A_T \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \delta)$$

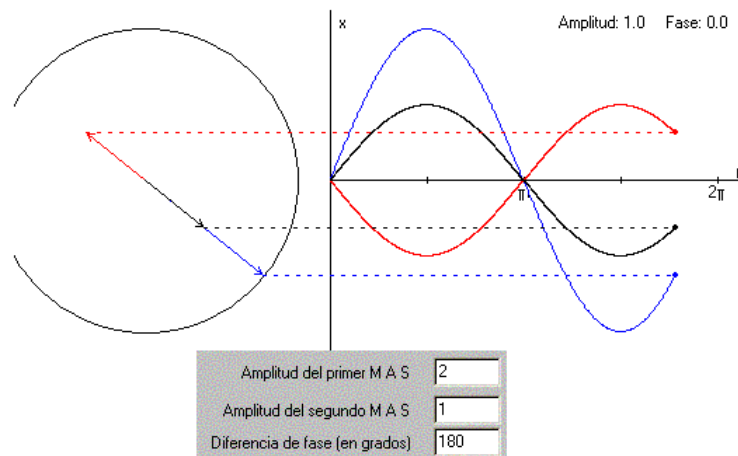
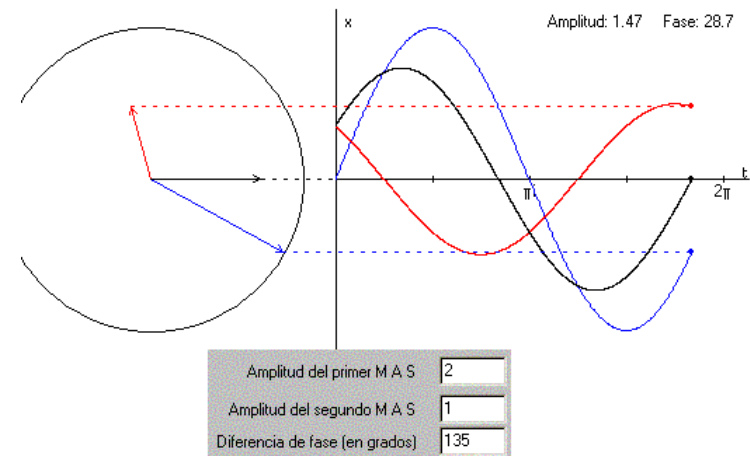
$$A_T = \sqrt{A_{TX}^2 + A_{TY}^2}$$

$$\text{tg}.\delta = \frac{A_{TY}}{A_{TX}}$$

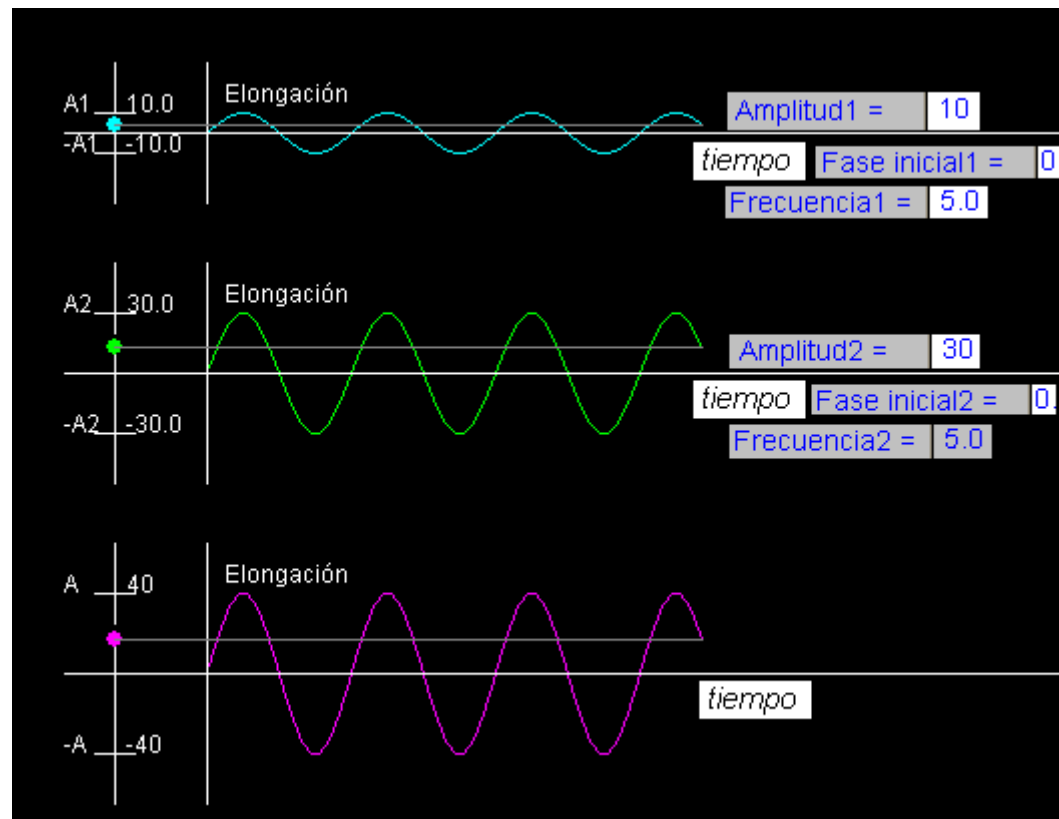
# Superposición de dos MAS: Igual dirección, igual frecuencia



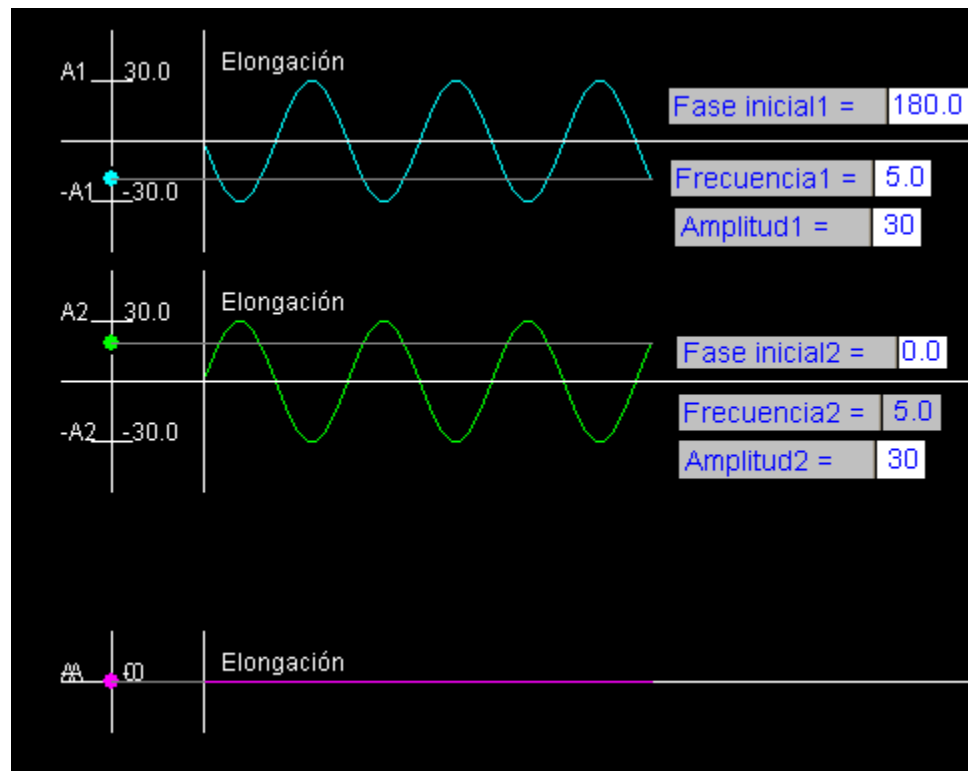
# Superposición de dos MAS: Igual dirección, igual frecuencia



# Superposición de dos MAS: Igual dirección, igual frecuencia

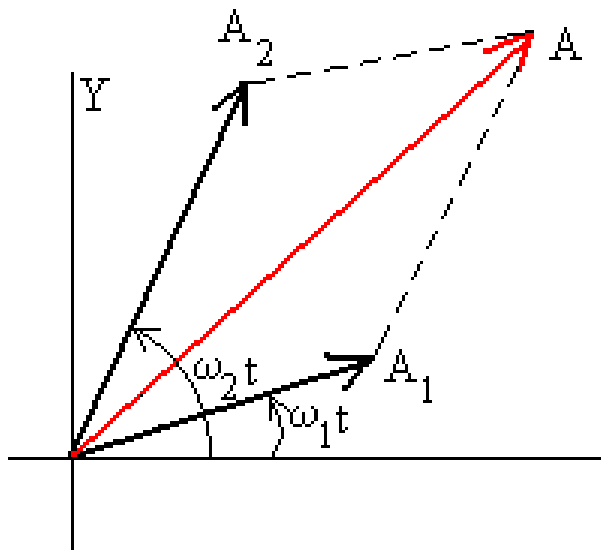


# Superposición de dos MAS: Igual dirección, igual frecuencia



# Superposición de dos MAS: Igual dirección, distinta frecuencia

---



$$\omega_1 \neq \omega_2$$

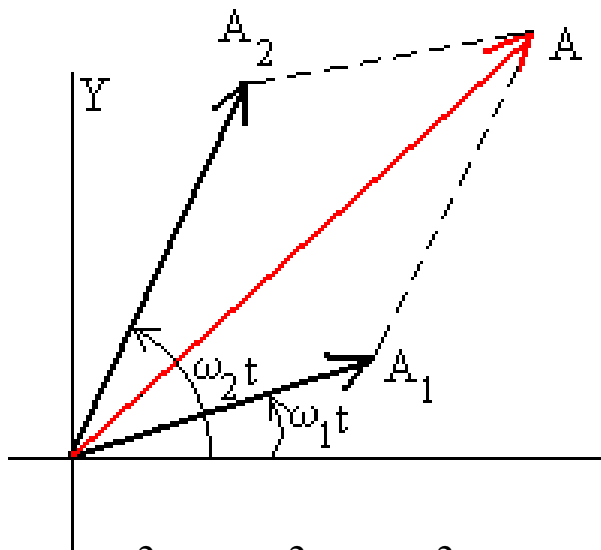
$$Y_1 = A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t + \alpha_{01})$$

$$Y_2 = A_2 \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t + \alpha_{02})$$

$$\omega_2 \cdot t - \omega_1 \cdot t = (\omega_2 - \omega_1) \cdot t$$

*El ángulo entre fasores no es constante.*

# Superposición de dos MAS: Igual dirección, distinta frecuencia



$$\omega_1 \neq \omega_2$$

$$Y_1 = A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t + \alpha_{01})$$

$$Y_2 = A_2 \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t + \alpha_{02})$$

$$A_T^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cos(\omega_2 \cdot t + \alpha_{02} - \omega_1 \cdot t - \alpha_{01})$$

$$A_T^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cos \left[ (\omega_2 - \omega_1) \cdot t + (\alpha_{02} - \alpha_{01}) \right]$$

*El módulo del fasor resultante "no" es constante.*

# Superposición de dos MAS: Igual dirección, distinta frecuencia

---

$$\omega_1 \neq \omega_2$$

$$A_T = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1.A_2 \cos [(\omega_2 - \omega_1).t + (\alpha_{02} - \alpha_{01})]}$$

*oscila entre*

$$\cos [(\omega_2 - \omega_1).t + (\alpha_{02} - \alpha_{01})] = +1$$



$$A_{T_{\max}} = A_1 + A_2$$

$$(\omega_2 - \omega_1).t + (\alpha_{02} - \alpha_{01}) = 2.n.\pi$$

$$\cos [(\omega_2 - \omega_1).t + (\alpha_{02} - \alpha_{01})] = -1$$



$$A_{T_{\min}} = A_1 - A_2$$

$$(\omega_2 - \omega_1).t + (\alpha_{02} - \alpha_{01}) = (2.n - 1).\pi$$



# Superposición de dos MAS: Igual dirección, distinta frecuencia

---

$$A_1 = A_2$$

$$\omega_1 \neq \omega_2$$

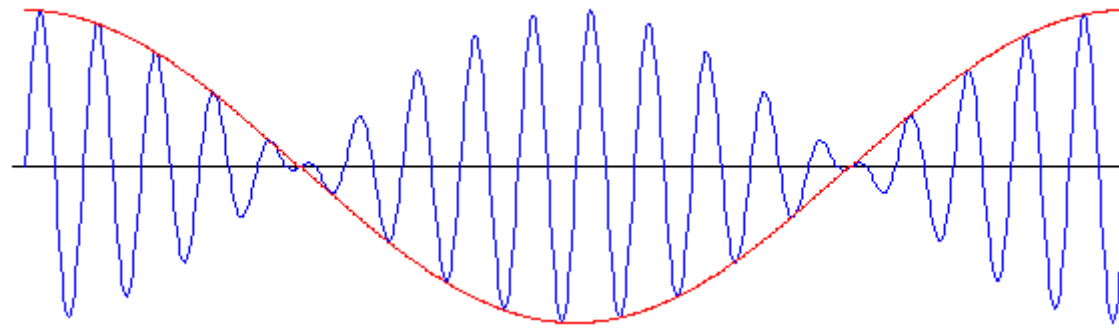
$$Y_T = Y_1 + Y_2 = A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t + \alpha_{01}) + A_1 \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t + \alpha_{02})$$

$$Y_T = 2A_1 \cdot \cos \frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2) \cdot t \times \text{sen} \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) \cdot t$$

$$A_T = 2A_1 \cdot \cos \frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2) \cdot t$$

# Superposición de dos MAS: Igual dirección, distinta frecuencia

---



$$Y_T = 2A_1 \cdot \cos \frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2) \cdot t \times \text{sen} \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) \cdot t$$

$$A_1 = A_2$$

$$A_T = 2A_1 \cdot \cos \frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2) \cdot t$$

$$\omega_1 \neq \omega_2$$

# Movimiento Armónico Simple

---

Se utilizan los siguientes *applets* para observar el fenómeno:

**Composición de dos M.A.S. de la misma dirección y frecuencia**

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones/mismaDireccion/oscila2.htm>

**Composición de dos MAS de la misma dirección y de distinta frecuencia.**

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones/pulsacion/pulsacion.htm>



---

Gracias, por su atención